7 Expressions algebraiques

Objectius

En esta quinzena aprendràs a:

- Utilitzar lletres per representar nombres desconeguts.
- Trobar el valor numèric d'una expressió algebraica.
- Sumar, restar i multiplicar monomis.
- Resoldre equacions de primer grau.
- Resoldre problemes mitjançant equacions de primer grau.

Abans de començar

En aquesta quinzena veurem la manera d'utilitzar lletres per representar nombres desconeguts. Un dels exemples de la utilització de les lletres per representar nombres el tenim en alguns exercicis d'**investigació** i un altre en els **nombres romans.**

Solució:

$$\begin{array}{r} aab \\ +\ \underline{aba} \\ bcc \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} aab \\ +\ \underline{aba} \\ b33 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 112 \\ +\ \underline{121} \\ 233 \end{array}$$

Nombres romans

Recordem les lletres que es fan servir en la numeració romana

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1.000

i recordem també algunes de les seves regles:

- Les lletres **I**, **X** i **C** escrites a la dreta d'una altra d'igual o major valor li sumen a aquesta el seu valor.

  VI $\longrightarrow$ 5 + 1 = 6
- Les lletres **I**, **X** i **C** escrites a l'esquerra d'una altra de major valor li resten a aquesta el seu valor.

  XC $\longrightarrow$ 100 – 10 = 90
- Només poden repetir-se les lletres I, X, C i M i com a màxim tres vegades seguides.

  CC $\longrightarrow$ 100 + 100 = 200
- Una línia horitzontal a sobre d'un nombre multiplica per 1000 el seu valor (per nombres majors que 3999).

  $\overline{X}$ $\longrightarrow$ 10 x 1000 = 100000

1. Llenguatge algebraic

Expressions algebraiques

El **llenguatge numèric** expressa la informació matemàtica amb nombres, però en algunes ocasions, és necessari utilitzar lletres per expressar nombres desconeguts.

El **llenguatge algebraic** expressa la informació matemàtica mitjançant lletres i nombres.

Una **expressió algebraica** és una combinació de lletres, nombres i signes d'operacions.

Així, **x+2** es una expressió algebraica formada per la lletra **x**, el signe + i el número **2**. Aquesta expressió algebraica pot llegir-se com **un nombre més dos**.

Per **escriure** una expressió algebraica has de tenir en compte que pots substituir el signe x de la multiplicació pel signe · o bé pots suprimir-lo

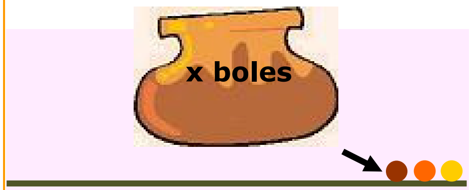
$\mathbf{3} \times \mathbf{x^2}$ s'escriu $3 \cdot x^2$ o $\mathbf{3x^2}$

i també que no s'escriuen ni el factor 1, ni l'exponent 1.

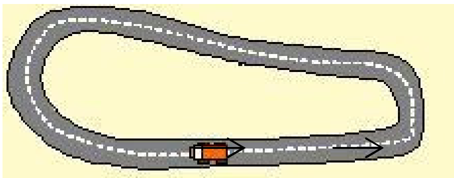
$\mathbf{1x^5}$ s'escriu $\mathbf{x^5}$ i $\mathbf{8x^1}$ s'escriu $\mathbf{8x}$

Exemples:

Extraiem 3 boles d'un atuell que conté **x** boles. L'expressió algebraica que dóna el nombre de boles que queden és **x – 3**.



Un cotxe dóna 3 voltes a un circuit de longitud **l** quilòmetres. L'expressió algebraica que indica l'espai que recorre és **3l**.



Traducció d'enunciats

Com has vist el llenguatge algebraic permet expressar operacions amb nombres desconeguts.

Així, es pot representar **la suma de dos nombres** com **x+y** i **el triple de la suma de dos nombres** com **3(x+y)**.

D'aquesta forma es realitza una **traducció d'enunciats** a llenguatge algebraic.

De la mateixa manera, mitjançant la traducció d'enunciats es poden expressar nombres desconeguts en termes d'altres.

Per exemple, si l'**edat d'en Joan** és **x** i la Dolors té el triple de l'edat d'en Joan més quatre anys, es pot expressar l'**edat de la Dolors** com **3x+4** i si en Pere té el doble que l'edat de la Dolors, es pot expressar l'**edat d'en Pere** com **2(3x+4)**.

Exemples:

Si en Joan té **x** llibres i l'Anna té el doble dels llibres que té en Joan més 5, es pot expressar el **nombre de llibres que té l'Anna** com **2x+5**.

Si el preu d'un llapis és **x** euros i el d'un bolígraf **y** euros, el preu de **5 llapis** i **3 bolígrafs** es pot expressar com **5x+3y**.

Valor numèric

Les expressions algebraiques indiquen operacions amb nombres desconeguts.
Per exemple, si un operari cobra 15 € pel desplaçament i 20 € per cada hora de feina, l'expressió algebraica **15 + 20x** indica l'import que cobrarà per un **nombre desconegut x** d'hores de treball.
I si volem saber quant cobrarà per treballar **2** hores substituirem **x** per **2**. Observa:

15+20x $\longrightarrow$ **15+20·2=15+40=55** euros

D'aquesta manera hem trobat el **valor numèric** de **15 + 20x** per a **x = 2** i hem obtingut **55**.

El **valor numèric** d'una expressió algebraica és el nombre que s'obté en substituir les lletres per nombres i realitzar les operacions indicades.

Exemples:

El valor numèric de $3x^3$-$5x^2$ per a x = 2 és:
3·23-5·22= 3·8-5·4=24-20=4

Si el preu de lloguer d'un cotxe és de 78 € diaris més 0,12 € per km recorregut, l'expressió algebraica **78x+0,12y** indica l'import que s'ha de pagar per llogar **x** dies un cotxe i recórrer **y** km.
Podem trobar l'import que s'ha de pagar per llogar un cotxe 2 dies i recórrer 400 km substituint la **x** per **2** i la **y** per **400**. Observa:

78·2+0,12·200=156+24=180

S'haurà de pagar 180 €.

EXERCICIS resolts

1. Escriu en llenguatge algebraic:

a) El doble d'un nombre més tres.
b) El quadrat d'un nombre menys cinc.
c) El doble d'un nombre més el triple del mateix nombre.

a) **2x + 3** b) **x^2 – 5** c) **2x + 3x**

2. Escriu una expressió algebraica que doni:

a) El perímetre d'un triangle equilàter de costat **x**
b) El perímetre d'un rectangle de base **x** l'altura del qual mesura 1 cm menys que la seva base.
c) L'àrea d'un rectangle de base **x** l'altura del qual mesura 6 cm menys que la seva base.

a) **3x** b) **4x - 2** c) **x(x-6)**

3. L'Anna té 2 anys més que en Joan. Si representem per **x** l'edat actual d'en Joan, expressa en llenguatge algebraic la suma de les edats dels dos dintre de 5 anys.

	Joan	Anna
Edat actual	x	x+2
Edat dintre de 5 anys	x+5	x+7

La suma de les edats dels dos dintre de 5 anys és: **x + 5 + x + 7**

4. Representem per **x** el nombre de cotxes que hi ha en un aparcament i per **y** el nombre de motos. Escriu una expressió algebraica que indiqui el nombre de rodes que hi ha en total.
- Mitjançant l'expressió algebraica trobada calcula el nombre total de rodes si en l'aparcament hi ha 12 cotxes i 5 motos.

Rodes de cotxes $\longrightarrow$ 4x Rodes de motos $\longrightarrow$ 2y Total $\longrightarrow$ **4x+2y**
Trobem el valor numèric de 4x + 2y per a x = 12 i y = 5

4·12 + 2·5 = 48 + 10 = 58

En l'aparcament hi ha **58** rodes.

2. Monomis

Característiques

Les següents expressions algebraiques:

$8x^3$ $\quad$ $2x^4$ $\quad$ $3x$

estan formades pel **producte** d'un número i d'una lletra. Reben el nom de **monomis**.

Un monomi està format per un **coeficient** i per una **part literal**. Observa:

Monomi	Coeficient	Part literal
$8x^3$	8	x^3
$2x^4$	2	x^4
$3x$	3	x

Si un monomi està format per una única lletra, el seu coeficient és 1. El coeficient de x^7 és **1**.

El **grau** d'un monomi és l'exponent de la lletra. El grau de $8x^3$ és **3**, el de $2x^4$ és **4** i el de $3x$ és **1.**

Grau = 6

Coeficient = 7

$$7x^6$$

Part literal = x^6

Suma i resta

Observa que els monomis $12x^3$ i $4x^3$ tenen la **mateixa part literal**. Reben el nom de **monomis semblants**.

Per **sumar** o **restar monomis semblants** es sumen o es resten els coeficients i es deixa la mateixa part literal.

$$12x^3 + 4x^3 = 16x^3$$

$$8x^3 - 2x^3 = 6x^3$$

Si els monomis **no són semblants** la suma o resta es deixa indicada.

Si una expressió algebraica està formada per monomis no tots ells semblants, únicament es sumen o resten els que són semblants entre si.

$$2x - x^2 + 3x = 5x - x^2$$

Aquesta operació rep el nom de **reducció de termes semblants**.

Exemples:

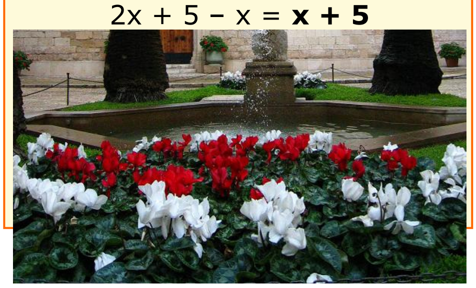
Els monomis $3x^{10}$ i $8x^{10}$ són semblants.
Els monomis $5x^7$ i $8x^6$ no són semblants, doncs no tenen la mateixa part literal.

En un jardí hi ha **x** flors vermelles i el doble de flors blanques més cinc, és a dir **2x + 5** flors blanques. Podem expressar algebraicament la **suma** de flors que hi ha al jardí com:

$$x + 2x + 5 = \mathbf{3x + 5}$$

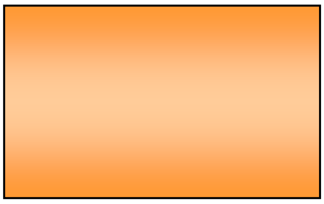
Podem expressar la **diferència** de flors blanques i vermelles com:

$$2x + 5 - x = \mathbf{x + 5}$$



Exemple:

Observa les dimensions del rectangle de la figura següent:



2x

3x

Podem expressar algebraicament la seva àrea com:

$$3x \cdot 2x = \mathbf{6x^2}$$

Producte

Per **multiplicar dos monomis** es multipliquen els coeficients i es multipliquen les parts literals.

es sumen els exponents: 3+4=7

$$8x^3 \cdot 5x^4 = 8 \cdot 5\ x^3 \cdot x^4 = 40x^7$$

Per multiplicar un **nombre per un monomi** es multiplica el nombre pel coeficient del monomi i es deixa la mateixa part literal.

$$2 \cdot 10x^4 = 20x^4$$

Així, el **resultat** obtingut de multiplicar dos monomis i de multiplicar un nombre per un monomi és un **monomi**.

EXERCICIS resolts

5. Escriu per cadascun dels següents apartats un monomi que acompleixi les condicions requerides:

a) que tingui coeficient 12 i el mateix grau que el monomi $3x^5$.
b) que tingui grau 5 i el mateix coeficient que el monomi $-2x^6$.
c) que tingui per part literal x^2 i el seu valor numèric per a $x = 5$ sigui 50.

a) $\mathbf{12x^5}$ b) $\mathbf{-2x^5}$ c) $\mathbf{2x^2}$

6. Opera i redueix els termes semblants de les següents expressions algebraiques:

a) $3x^3 + 4x^2 + 5x^2 + 4x^3$
b) $5x^3 - 7x^2 - 8x^3 - 2x^2 - 1$
c) $2x \cdot 5x - 3x \cdot 4x$

a) $\mathbf{7x^3 + 9x^2}$ b) $\mathbf{-3x^3 - 9x^2 - 1}$ c) $2x \cdot 5x - 3x \cdot 4x = 10x^2 - 12x^2 = \mathbf{-2x^2}$

7. Troba el monomi que s'obté en efectuar el següent producte:

$$2x^5 \cdot \frac{1}{2}x^3 \cdot 5x^2 \cdot 6x^3 \cdot \frac{1}{15}x$$

Per trobar el coeficient multipliquem els coeficients $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 \cdot \frac{1}{15} = 2$

Per trobar el grau se sumen els exponents $5 + 3 + 2 + 3 + 1 = 14$
El resultat del producte és el monomi $\mathbf{2x^{14}}$.

8. La suma de dos monomis és $5x^2$ i un d'ells és $3x^2$. Quin és el seu producte?

Trobem el monomi que en sumar-lo amb $3x^2$ s'obté $5x^2$.

$$5x^2 - 3x^2 = 2x^2$$

El producte de los dos monomis és $3x^2 \cdot 2x^2 = \mathbf{6x^4}$

9. El producte de dos monomis és $20x^4$ i un d'ells és $4x^2$. Quina és la seva suma?

El monomi que en multiplicar-lo per $4x^2$ dóna $20x^4$ és $5x^2$.
La suma dels dos monomis és $4x^2 + 5x^2 = \mathbf{9x^2}$

3. Equacions

Solució d'una equació

Una igualtat està formada per dues expressions separades pel signe =. Si a alguna de les dues expressions intervenen lletres, es té una **igualtat algebraica**.

Una **equació** és una igualtat algebraica que només és certa per a un determinat valor de la lletra. Així, **x+5=11** és una equació, ja que només es compleix si x és 6.

A una equació hi podem identificar dos **membres** separats pel signe =

primer membre → **x+5 = 11** ← segon membre

i també els **termes** que són els sumands que formen els membres. Així, **5** és un terme.

La **incògnita** de l'equació és la lletra que apareix a l'equació. La incògnita de l'equació x+5 = 11 és **x**.

Un nombre és **solució** de l'equació si en substituir la incògnita per aquest nombre, la igualtat es verifica. Així, el número **6** és solució de l'equació x+5=11 ja que en substituir x per 6 s'obté la igualtat 6+5=11.

Equacions equivalents

La solució de les equacions x+2=5 i x+7=10 és la mateixa, 3. Les equacions que tenen la mateixa solució s'anomenen **equacions equivalents**.

Per obtenir una equació equivalent a una donada s'utilitzen les següents **propietats de les igualtats**:

a) Si **sumem** o **restem** un mateix nombre o una mateixa expressió algebraica als dos membres d'una equació, obtenim una altra equació equivalent.

Por exemple, per obtenir una equació equivalent a x+2=5 sumem **3** als dos membres:

x+2+**3**=5+**3** **x+5=8**

Fixa't que l'equació obtinguda x+5=8 també té por solució 3.

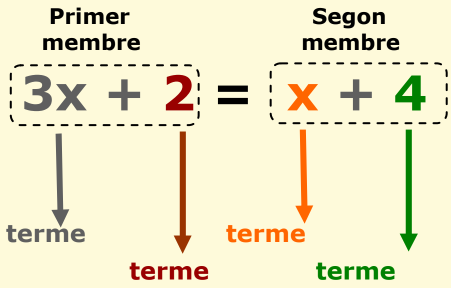
b) Si **multipliquem** o **dividim** els dos membres d'una equació per un mateix nombre diferent de zero, obtenim una altra equació equivalent.

Per exemple, per obtenir una equació equivalent a x+2=5 multipliquem per **4** els dos membres:

4(x+2)=**4**·5 → **4x+8=20**

Fixa't que l'equació obtinguda 4x+8=20 també té per solució 3.

Equació



Incògnita: x

Solució: 1

3·1 + 2 = 1 + 4

Exemple:

L'equació

6x - 2 = 4x + 6

té per solució x = 4.

Observa om obtenim equacions equivalents:

- Sumant **2** als dos membres:
  6x – 2 + **2** = 4x + 6 + **2**
  6x = 4x + 8
- Sumant **-4x** als dos membres:
  6x – 2 – **4x** = 4x + 6 – **4x**
  2x - 2= 6
- Restant **6** als dos membres:
  6x – 2 - **6** = 4x + 6 – **6**
  6x – 8 = 4x
- Dividint per **2** els dos membres:
  3x – 1 = 2x + 3

Fixa't en què totes les equacions trobades tenen per solució x = 4.

Exemples:

$$x + 2 = 5$$
$$x = 5 - 2$$
$$x = 3$$

$$3x = 18$$
$$x = \frac{18}{3} = 6$$

$$5x + 1 = 6$$
$$5x = 6 - 1$$
$$5x = 5$$
$$x = \frac{5}{5} = 1$$

$$5x + 12 = 2x$$
$$5x - 2x = -12$$
$$3x = -12$$
$$x = \frac{-12}{3} = -4$$

En resoldre un problema mitjançant una equació seguirem els passos següents:

- Llegir atentament l'enunciat.
- Identificar la incògnita.
- Plantejar l'equació.
- Resoldre l'equació plantejada.
- Comprovar la solució obtinguda.
- Escriure la resposta.

Resolució d'equacions

Resoldre una equació consisteix a trobar la seva solució.

Observa com es procedeix per resoldre l'equació

$$7x - 2 = 5x + 4$$

- Realitzem una **transposició** de termes passant a un membre tots els termes que contenen la incògnita i a l'altre membre els que no la contenen.

$$7x - 5x = 4 + 2$$

- Efectuem operacions a cadascun dels membres per **reduir** els termes semblants.

$$2x = 6$$

- **Aïllem** la incògnita i calculem la solució.

$$x = \frac{6}{2} = 3$$

La solució de l'equació **$7x - 2 = 5x + 4$** és **$x = 3$**.

Resolució de problemes

Es poden resoldre alguns problemes en els que es planteja una relació d'igualtat mitjançant equacions. Per exemple, veiem el següent problema:

El doble d'un nombre menys 2 és igual a 8. De quin nombre es tracta?

- La **incògnita** és el nombre desconegut: x
- Expressem mitjançant una **equació** la igualtat plantejada en l'enunciat:

$$2x - 2 = 8$$

- **Resolem** l'equació:

$$2x = 8 + 2$$
$$2x = 10$$
$$x = \frac{10}{2} = 5$$

- **Comprovem** si la solució de l'equació verifica les condicions de l'enunciat:

$$2 \cdot 5 - 2 = 8$$

- **Resposta**: El nombre és **5**.

D'aquesta forma hem resolt un problema mitjançant el plantejament i la resolució d'una equació.

EXERCICIS resolts

10. Comprova si x = 3 és solució d'alguna de les següents equacions:

a) $4x - 1 = 2$ b) $5x - 2 = 3x + 4$ c) $x + 4 = 2x + 1$

a) $4 \cdot 3 - 1 \# 2 \longrightarrow$ **No** és solució
b) $5 \cdot 3 - 2 = 3 \cdot 3 + 4 \longrightarrow$ **Sí** és solució
c) $3 + 4 = 2 \cdot 3 + 1 \longrightarrow$ **Sí** és solució

11. Comprova si les següents equacions són equivalents:

a) $x + 5 = 6$ b) $2x + 4 = 5x + 1$ c) $5x - 5 = 0$

a) $x + 5 = 6 \longrightarrow x = 6 - 5 \longrightarrow x = 1$

b) $2x + 4 = 5x + 1 \longrightarrow 2x - 5x = 1 - 4 \longrightarrow -3x = -3 \longrightarrow x = \frac{-3}{-3} = 1$

c) $5x - 5 = 0 \longrightarrow 5x = 5 \longrightarrow x = \frac{5}{5} = 1$

Les tres equacions són equivalents perquè tenen la mateixa solució.

12. Resol les següents equacions:

a) $2x + 4 = 10$
b) $4 + 4x = -8$
c) $5x + 2 = 7x + 4$

a) $2x + 4 = 10 \longrightarrow 2x = 10 - 4 \longrightarrow 2x = 6 \longrightarrow x = \frac{6}{2} = \mathbf{3}$

b) $4 + 4x = -8 \longrightarrow 4x = -8 - 4 \longrightarrow 4x = -12 \longrightarrow x = \frac{-12}{4} = \mathbf{-3}$

c) $5x + 2 = 7x + 4 \longrightarrow 5x - 7x = 4 - 2 \longrightarrow -2x = 2 \longrightarrow x = \frac{2}{-2} = \mathbf{-1}$

13. En una bossa que conté 54 boles entre blanques i negres, el nombre de boles blanques és superior en 10 al de boles negres. Quantes boles de cada color hi ha a la bossa?

boles negres $\longrightarrow x$ boles blanques $\longrightarrow x + 10$

Equació: $x + x + 10 = 54$
$x + x = 54 - 10$
$2x = 44$
$x = \frac{44}{2} = 22$ $x + 10 = 22 + 10 = 32$

Els valors 22 boles negres i 32 boles blanques verifiquen les condicions de l'enunciat. Així doncs, a la bossa hi ha **22 boles negres** i **32 boles blanques**.

14. La suma de tres nombres enters consecutius és igual al menor menys 43. De quins nombres es tracta?

nombre menor $\longrightarrow x$ següent a x $\longrightarrow x + 1$ següent a x + 1 $\longrightarrow x + 2$

Equació: $x + x + 1 + x + 2 = x - 43$
$x + x + x - x = -43 - 1 - 2$
$2x = -46$
$x = \frac{-46}{2} = -23$
$x + 1 = -23 + 1 = -22$ $x + 2 = -23 + 2 = -21$

Els valors -23, -22 i -21 verifiquen les condicions de l'enunciat. Així doncs, els nombres són **-23**, **-22** i **-21**.

Per practicar

1. Expressa en llenguatge algebraic:

a) El triple d'un nombre **x** més 100.

b) El preu en euros de **x** quilograms de peres a 1,45€/kg.

c) L'import d'una factura de **x** euros si se li aplica un 16% d'IVA.

d) El doble de l'edat que tenia l'Anna fa 5 anys si la seva edat actual és **x** anys.

2. En un aparcament hi ha cotxes de color blanc, de color vermell i de color negre. El nombre de cotxes de color vermell és el doble que els de color blanc més 1 i el de color negre, el triple que els de color blanc menys 5. Amb aquestes dades completa la següent taula:

	Nombre de cotxes
Color blanc	**x**
Color vermell	
Colar negre	
Total	

3. Troba el valor numèric de $x^2 - 5x + 6$ per a $x = 0$, per a $x = 1$ i per a $x = 3$.

4. Troba el valor numèric de $\dfrac{c(a+b)}{2ab - c}$ per a $a = 1$, $b = 2$ i $c = 3$.

5. Si $x + y = 5$ calcula:

a) $x + y + 2$

b) $x + y - 4$

c) $6(x + y)$

d) $x + y - 8(x + y)$

6. Una empresa d'autocars cobra 250 € fixes més 0,15 € per quilòmetre recorregut.

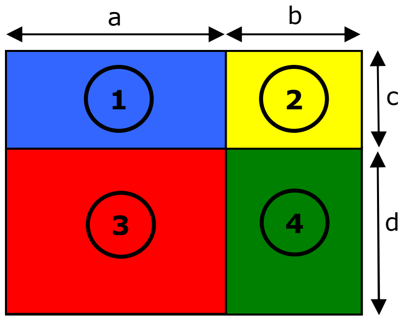
a) Expressa en llenguatge algebraic l'import que s'ha de pagar si es lloga per realitzar un trajecte de **x** quilòmetres.

b) Troba el preu que s'ha de pagar en llogar l'autocar i recórrer 400 km.

7. Observa i completa les caselles buides:

1	2	3	4	5	6	7	n
1	4	9	16	25			

8. Indica mitjançant expressions algebraiques l'àrea i el perímetre dels rectangles assenyalats en la següent figura:



9. Indica quines dels següents monomis són semblants:

$3x$ $8xy$ $5x$ $-4x^2$

$\frac{1}{2}x$ $\frac{1}{3}x^2$ $-5xy$ $7x^2$

10. Realitza les següents operacions:

a) $3x + 5x + 2x$

b) $3x^2 - 4x^2 + 7x^2$

c) $x^3 - 5x^3 + 4x^2 - 3x^2$

d) $5x^4 + 7x^3 - 6x^4 + 11x^3$

11. Completa la següents taula:

	x	4x	x^2
Doble			
Quadrat			
Triple més 1			

12. Efectua els productes indicats i a continuació redueix els termes semblants:

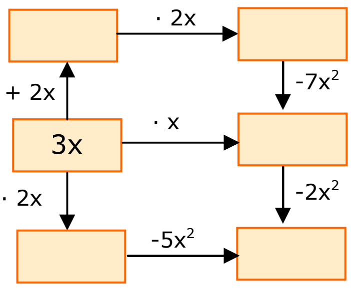
a) $-8x^4 + 3x^2 \cdot 2x^2$

b) $2x \cdot 5x + 4x \cdot 3x$

c) $5x^2 \cdot 2x^3 - 4x \cdot 2x^4$

d) $\frac{1}{2}x^2 \cdot 5x^2 + \frac{2}{3}x \cdot 5x^3$

13. Completa:



14. Completa:

a) $8x^4 + \ldots\ldots = 10x^4$

b) $\ldots\ldots - 6x^3 = 4x^3$

c) $\ldots\ldots \cdot 5x = 15x^3$

d) $8x \cdot \ldots\ldots \cdot 2x^6 = 32x^9$

15. Completa l'equació $2x + \ldots = x + 5$ amb un nombre sabent que té per solució $x = 4$.

16. Expressa en llenguatge algebraic:

a) En sumar 10 al triple d'un nombre s'obté 46.

b) El doble d'un nombre sumat al seu triple és igual a 40.

c) La diferència entre el triple d'un nombre i la seva meitat és igual a 5.

d) El quadrat d'un nombre és igual a 121.

17. Resol les següents equacions:

a) $5x = -5$

b) $-2x = -6$

c) $6x = 0$

d) $x + 8 = -3$

e) $-x - 4 = 1$

f) $x - 2 = -1$

g) $2x - 3 = 3$

h) $4x - 5 = 2x$

18. Resol les següents equacions:

a) $3x + 2 = 5$

b) $4x + 6 = 2x$

c) $6x + 4 = -4x + 7$

d) $5x + 8 = 2x - 3$

e) $3x - 4 = -x + 1$

f) $3x - 2 = 5x - 1$

g) $3x - 4 = x + 3$

19. Identifica la incògnita i resol les següents equacions:

a) $3 + 2y = 9$

b) $2d + 5 = 17$

c) $3m + 2 = m + 8$

d) $2t + 5 = 4t$

20. La suma de dos nombres és 45 i la seva diferència 5. Quins són aquests nombres?

21. En repartir 30 caramels entre dos amics, un d'ells s'ha quedat amb 8 caramels més que l'altre. Quants caramels té cadascun d'ells?

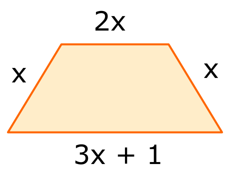
22. Troba les dimensions d'un rectangle si el seu perímetre és 26 cm i l'altura mesura 3 cm menys que la base.

23. La mesura d'un dels angles aguts d'un triangle rectangle és el quíntuple de l'altre. Troba la mesura d'aquests angles.

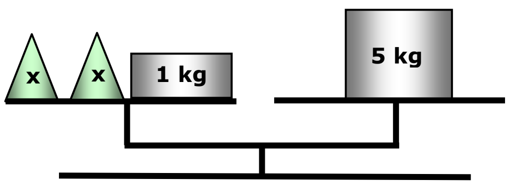
24. En Joan té 12 anys, en Pere 14 i en Miquel, 20. Quants anys fa que la suma de les edats d'en Joan i d'en Pere era igual a l'edat d'en Miquel?

25. Els tres finalistes d'un concurs han de repartir-se 2100 € de manera que cadascun d'ells rebi 500 € més que el que ocupa una posició inferior. Quina quantitat de diners rep cadascun d'ells?

26. El perímetre del trapezi de la figura és 29 cm. Troba la mesura dels seus costats.



27. La balança es troba en equilibri. Troba el valor de x.



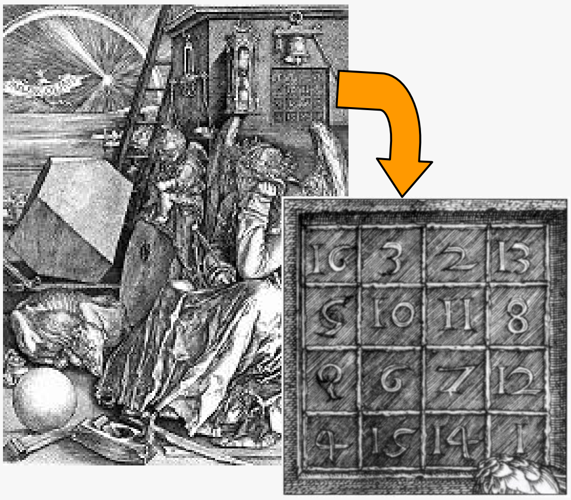
Per saber-ne más

Quadrats màgics

Un **quadrat màgic** consisteix en la disposició d'una sèrie de nombres de forma que en sumar les files, les columnes o les diagonals s'obtingui sempre el mateix valor.
El quadrat de la dreta és màgic, perquè la suma de files, columnes i diagonals és 15.

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Al 1514, el pintor alemany Albert Durero va pintar un gravat, "La Melancolia", en el qual apareix un quadrat màgic



A una de las façanes de la Sagrada Família a Barcelona hi ha un quadrat màgic contribució de l'escultor Josep M. Subirachs.

- Sabries trobar el valor de **x** de forma que aquest quadrat sigui màgic?

x+6	**2x+2**	**5**
x-1	**6**	**3x+1**
7	**x+5**	**x**

Què és una identitat?

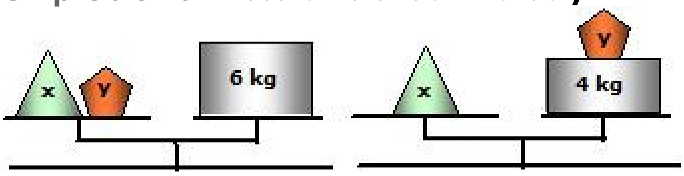
Una **identitat** és una igualtat algebraica que es verifica per a qualsevol valor de la lletra.
En la igualtat algebraica **5x - 3x = 2x** comprova que en substituir la x per qualsevol valor es verifica.
Així, **5x - 3x = 2x** és una identitat.

Un joc

Pensa un nombre, suma-li **5**, multiplica el resultat obtingut per **6**, resta-li **20**, suma-li **5**, resta-li **15** i finalment divideix el resultat entre **6**. Obtens el nombre que has pensat? Investiga perquè sempre obtens el nombre que havies pensat.

Un problema

Troba el valor de **x** i el de **y**.



Una sèrie

Com completaries aquesta sèrie on cada nombre s'obté sumant els dos anteriors?

3				39

Solucions

Quadrat màgic: x = 3
Un joc: En realitzar les operacions indicades obtenim x que és el nombre pensat
Un problema: x = 5, y = 1
Una sèrie 3, 11, 14, 25, 39

Recorda el més important

Llenguatge algebraic

El **llenguatge algebraic** expressa la informació matemàtica mitjançant lletres i nombres.

Una **expressió algebraica** és una combinació de lletres, nombres i signes d'operacions.

Exemples de traducció d'enunciats:

- El doble d'un nombre **x** menys 12.
  2x − 12
- L'edat d'una persona dintre de 4 anys si actualment té **x** anys.
  x + 4
- El nombre total de rodes de **x** cotxes i de **y** bicicletes.
  4x + 2y

Monomis

Un monomi és una expressió algebraica formada pel **producte** d'un nombre i d'una lletra.

Un monomi consta d'un **coeficient** i d'una **part literal**.

El **grau** d'un monomi és l'exponent de la lletra.

Exemples:

- El monomi $\mathbf{7x^3}$ té per coeficient **7,** per part literal $\mathbf{x^3}$ i el seu grau és **3**.
- El monomi $\mathbf{-x^4}$ té per coeficient **-1,** per part literal $\mathbf{x^4}$ i el seu grau és **4**.
- El monomi $\mathbf{6x^2y^3}$ té per coeficient **6,** per part literal $\mathbf{x^2y^3}$ i el seu grau és **5**.

Equacions

Una **equació** és una igualtat algebraica que només és certa per a un determinat valor de la incògnita.

Un nombre és **solució** de l'equació si en substituir la incògnita per aquest nombre la igualtat es verifica.

Resoldre una equació consisteix en trobar la seva solució.

Exemples de resolució d'equacions:

$\mathbf{x + 3 = 2}$ $x = 2 - 3$ $x = \mathbf{-1}$	$\mathbf{x - 2 = 5}$ $x = 5 + 2$ $x = \mathbf{7}$
$\mathbf{2x = 6}$ $x = \frac{6}{2}$ $x = \mathbf{3}$	$\mathbf{5x - 6 = 4x}$ $5x - 4x = 6$ $x = 6$

El **valor numèric** d'una expressió algebraica és el nombre que s'obté quan substituïm les lletres per nombres i realitzem les operacions indicades.

Exemples:

- El valor numèric de **5x–3** per a x = **2** és:

  5 · 2 – 3 = 10 – 3 = **7**

- El valor numèric de $\mathbf{x^2 - 1}$ per a x = **4** és:

  $4^2 - 1 = 16 - 1 = \mathbf{15}$

- El valor numèric de **2x+y** per a x = **6** i y = **5** és:

  2 · 6 + 5 = 12 + 5 = **17**

Per **sumar** o **restar** monomis **semblants** es sumen o resten els coeficients i es deixa la mateixa part literal. Per **multiplicar** monomis es multipliquen els coeficients i les parts literals.

Exemples:

$$7x^3 + 2x^3 = 9x^3$$

$$-x^4 + 8x^4 = 7x^4$$

$$10x^7 - 6x^7 + x^7 = 5x^7$$

$$4x^7 \cdot 6x^3 = 24x^{10}$$

$$x^4 \cdot 5x^3 = 5x^7$$

Es poden **resoldre problemes** en els que es plantegi una relació d'igualtat **mitjançant equacions**.

Els passos a seguir són:

- Identificar la incògnita.
- Plantejar i resoldre una equació.
- Comprovar la solució.
- Donar la resposta.