

## Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Veure si dues fraccions són equivalents.
- Simplificar fraccions.
- Reduir fraccions al mateix denominador.
- Sumar i restar fraccions.
- Multiplicar i dividir fraccions.
- Obtenir la inversa d'una fracció.
- Calcular potències d'una fracció.
- Trobar l'arrel quadrada d'una fracció.

Abans de començar

1. Fraccions.....pág. 24  
Fraccions Equivalents  
Simplificació de Fraccions

2. Fraccions amb el mateix denominador.....pág. 25  
Reducció a comú denominador  
Comparació de fraccions

3. Operacions amb fraccions.....pág. 27  
Suma i resta  
Producte  
Quocient  
Potència  
Arrel quadrada  
Operacions combinades

4. Problemes d'aplicació.....pág. 29

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Solucions



## Abans de començar

Ja coneixes el treball amb fraccions. Ja saps que una fracció pot veure's des d'una triple perspectiva.

Pots veure una fracció simplement com un **nombre**. També com una **part d'un total**. O també pots interpretar una fracció com un **percentatge**.



### Recorda

Per treballar amb fraccions necessitaràs en ocasions obtenir la **descomposició factorial** d'un nombre, així com calcular el **mínim comú múltiple** de dos o més nombre.

**Descomposició factorial del nombre**

56

$$= 2^3 \cdot 7$$

56	2
28	2
14	2
7	7
1	

<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">10</td><td style="padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">5</td><td style="padding-left: 5px;">5</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">1</td><td></td></tr> </table>	10	2	5	5	1		<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">2</td><td style="padding-left: 5px;">2</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">1</td><td></td></tr> </table>	2	2	1		<table style="border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">9</td><td style="padding-left: 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">3</td><td style="padding-left: 5px;">3</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">1</td><td></td></tr> </table>	9	3	3	3	1	
10	2																	
5	5																	
1																		
2	2																	
1																		
9	3																	
3	3																	
1																		

El mínim comú múltiple

de 10, 2 i 9 és 90

- Per **descompondre en factors** un nombre el dividim pel primer nombre primer que puguem.
- Si podem seguim dividint successivament aquest quocient pel mateix nombre primer.
- Quan no puguem fer la divisió per aquest nombre primer, la fem pel següent nombre primer que puguem.
- Així successivament, fins que el quocient final sigui 1.
- Finalment, posem aquest nombre com un producte de potències de factors primers.

**El mínim comú múltiple de varis nombres naturals** és el nombre natural més petit que és múltiple de tots aquests nombres alhora, exceptuant el número 0.

# Fraccions

## 1. Fraccions


### Fraccions Equivalents

Troba el valor de  $\frac{6}{4}$  y  $\frac{9}{6}$ . Donen el mateix resultat.

Són dues fraccions **equivalents**.

Si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , **a** i **d** es diuen **extrems**, **b** i **c** es diuen **mitjans**. A l'exemple, els extrems són 6 i 6, els mitjans 4 i 9.

Observa que si multipliquem uns i altres s'obté el mateix resultat:  $6 \cdot 6 = 36$  i  $4 \cdot 9 = 36$ .


$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ són equivalents si } a \cdot d = b \cdot c$$

**Exercicis:** Comprova si les següents fraccions **són** o **no** són equivalents

a)  $\frac{75}{240}$  i  $\frac{162}{540}$

b)  $\frac{27}{144}$  i  $\frac{72}{432}$

Anem a comprovar si les fraccions següents són o no equivalents.

$$\frac{144}{144} \text{ i } \frac{6}{6}$$

Els extrems de les fraccions: 144 i 6

El seu producte val  $144 \cdot 6 = 864$

Els mitjans de les fraccions: 144 i 6

El seu producte és  $144 \cdot 6 = 864$

Per tant són equivalents:

$$\frac{144}{144} = \frac{6}{6}$$

#### PISTA


- a)  $75 \cdot 540 = ?$   
 $240 \cdot 162 = ?$
- b)  $27 \cdot 432 = ?$   
 $144 \cdot 72 = ?$

### Simplificació de fraccions

#### Simplificació de fraccions

Si divideixes per 2 el numerador i el denominador de  $\frac{18}{12}$  obtens  $\frac{9}{6}$ , que és equivalent. Ara pots dividir 9 i 6 entre 3. Obtens  $\frac{3}{2}$  que no es pot simplificar. És **irreductible**.

Resumint:  $\frac{18}{12} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$  que és irreductible.



Al **dividir** numerador i denominador d'una fracció per un mateix nombre, s'obté una fracció **equivalent**.

Anem a simplificar la fracció següent:

$$\frac{765}{1425}$$

- Numerador i denominador es poden dividir per 3:

$$\frac{765 : 3}{1425 : 3} = \frac{255}{475}$$

- Numerador i denominador es poden dividir per 5:

$$\frac{255 : 5}{475 : 5} = \frac{51}{95}$$

- $\frac{51}{95}$  és una fracció irreductible

## 2. Fraccions amb igual denominador

### Reducció a comú denominador

Anem a **reduir a igual denominador** les fraccions:  $\frac{87}{30}$  i  $\frac{38}{288}$

Troblem el **m.c.m.** dels denominadors m.c.m. (30,288) = 1440 que serà el nou denominador de les fraccions.

Dividim el m.c.m entre el primer denominador:  $1440 : 30 = 48$   
i...multiquem el resultat pel primer numerador:  $48 \cdot 87 = 4176$ , que serà el nou primer numerador.

Ara el m.c.m el dividim entre el segon denominador:  $1440 : 288 = 5$   
i...multiquem el resultat pel segon numerador:  $5 \cdot 38 = 190$ , que serà el nou segon numerador.

Així, les fraccions queden:

$$\frac{4176}{1440} \text{ i } \frac{190}{1440}$$

**PISTA:** a) m.c.m.(144, 180) = 720

b) m.c.m.(36, 180) = 180

Considera les fraccions  $\frac{11}{5}$  i  $\frac{13}{7}$ .

Per tal de comparar-les i fer càlculs, podem fer servir d'altres fraccions equivalents amb el mateix denominador.

$$\frac{11}{5} = \frac{77}{35} \text{ i } \frac{13}{7} = \frac{65}{35}$$

Al **dividir** numerador i denominador d'una fracció per un mateix nombre, s'obté una fracció **equivalent**.

**Exercicis:** Redueix a comú denominador:

a)  $\frac{38}{144}$  i  $\frac{45}{180}$

b)  $\frac{9}{24}$  i  $\frac{4}{12}$

c)  $\frac{23}{36}$  i  $\frac{22}{180}$

d)  $\frac{21}{180}$  i  $\frac{24}{10}$

### Comparació de fraccions

Anem a **comparar** les fraccions:

$$\frac{8}{17} \text{ i } \frac{3}{4}$$

Troblem el **m.c.m.** dels denominadors m.c.m. (17, 4) = 68

Reduïm les dues fraccions a denominador comú:

$$\frac{8}{17} = \frac{32}{68} \text{ i } \frac{3}{4} = \frac{51}{68}$$

Ara ja podem comparar les fraccions:

$$\frac{32}{68} < \frac{51}{68} \text{ per tant } \frac{8}{17} < \frac{3}{4}$$

Quina fracció és més gran,  $\frac{8}{11}$  o  $\frac{5}{7}$ ?

Les reduïm a comú denominador:

$$\frac{8}{11} = \frac{56}{77} \text{ y } \frac{5}{7} = \frac{55}{77}$$

La primera fracció és més gran:  $\frac{8}{11} > \frac{5}{7}$

Es convenient que facis servir els símbols **major que**, **>**, i **menor que**, **<**.

**Exercicis:** Compara les següents fraccions:

a)  $\frac{7}{9}$  i  $\frac{1}{5}$

b)  $\frac{4}{14}$  i  $\frac{3}{7}$

c)  $\frac{8}{17}$  i  $\frac{2}{3}$

d)  $\frac{5}{9}$  i  $\frac{3}{4}$

**PISTA:** a) m.c.m. (9, 5) = 45

b) m.c.m. (17, 3) = 51

c) m.c.m. (14, 7) = ?

d) m.c.m. (9, 4) = ?

# Fraccions

## 3. Operacions amb fraccions

### Suma y resta

Per sumar fraccions amb el **mateix denominador**, posa el mateix denominador i suma els numeradors.

$$\frac{4}{11} + \frac{3}{11} = \frac{4+3}{11} = \frac{7}{11}$$

Si són fraccions amb **denominadors diferents**, les reduïrem primer a comú denominador.

És el mateix  $\frac{4}{5} + \frac{3}{7}$  que  $\frac{28}{35} + \frac{15}{35} = \frac{43}{35}$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{y} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

**Exercicis:** Calcula el valor de:

a)  $\frac{1625}{2875} - \frac{272}{32}$

b)  $\frac{11}{19} + \frac{39}{69}$

c)  $\frac{1375}{2375} - \frac{208}{368}$

d)  $\frac{1053}{1863} + \frac{17}{2}$



**Exercici resultat:** Simplifica cada fracció i calcula:

$$-\frac{1053}{1863} + \frac{17}{2} - \frac{38}{6}$$

En primer lloc simplifica les fraccions:

$$\frac{1053}{1863} = \frac{13}{23} \quad ; \quad \frac{17}{2} \quad ; \quad \frac{38}{6} = \frac{19}{3}$$

Queda:  $-\frac{13}{23} + \frac{17}{2} - \frac{19}{3}$  Ara opera:

Calcula **m.c.m.** (23, 2, 3) = 138 i:

$$-\frac{13}{23} + \frac{17}{2} - \frac{19}{3} = -\frac{78}{138} + \frac{1173}{138} - \frac{874}{138}$$

La solució és:  $\frac{221}{138}$

**PISTA:** Intenta simplificar primer cada fracció

Després calcula el m.c.m. dels denominadors. (Serà el nou denominador)

Divideix el m.c.m. per cada denominador i multiplica'l pel seu corresponent numerador. (Obtindràs els nous numeradors)

Ja pots sumar o restar les fraccions.

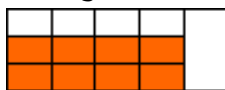
### Producte de fraccions

La figura representa a  $\frac{4}{5}$



Anem a trobar  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{4}{5}$ . Dividim  $\frac{4}{5}$  en tres parts i

prenem dos:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}$



Del total, tenim  $\frac{8}{15}$



Recorda:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

**Exercici resultat:** Anem a calcular el valor del següent producte:

$$\frac{5}{90} \cdot \frac{41}{42}$$

Si es pot, simplifiquem les fraccions:

$$\frac{5}{90} = \frac{1}{18} \quad \frac{41}{42} \text{ és irreductible}$$

Multipliquem els numeradors i denominadors:

$$\frac{1}{18} \cdot \frac{41}{42} = \frac{1 \cdot 41}{18 \cdot 42} = \frac{41}{756}$$

Si és possible, simplifiquem el resultat.

En aquest cas  $\frac{41}{756}$  és irreductible.

## 3. Operacions amb fraccions

### Quocient de fraccions

**Exercici result:** Anem a calcular el valor del quocient següent:

$$\frac{10}{84} : \frac{4}{12}$$

Si es pot simplifiquem les fraccions:

$$\frac{10}{84} = \frac{5}{42} \qquad \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Multipliquem numeradors i denominadors en creu:

$$\frac{5}{42} : \frac{1}{3} = \frac{5 \cdot 3}{42 \cdot 1} = \frac{15}{42}$$

Si es pot, simplifiquem el resultat.

$$\frac{15}{42} = \frac{5}{14}$$

Dues fraccions són **inverses** si el seu producte és 1.

Per exemple,  $\frac{3}{5}$  i  $\frac{5}{3}$  ho són perquè  $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} = 1$

I escriurem:  $\frac{1}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}$ . En general:  $\frac{1}{\frac{c}{d}} = \frac{d}{c}$

Para dividir fraccions, multiplica en creu:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{1}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \rightarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

**PISTA:** Intenta simplificar primer cada fracció

Multipliquem numeradors i denominadors en creu

Si es pot, simplifica el resultat

**Exercicis:** Calcula el valor dels quocients:

a)  $\frac{44}{36} : \frac{19}{24}$

b)  $\frac{69}{24} : \frac{29}{18}$

c)  $\frac{73}{12} : \frac{44}{3}$

d)  $\frac{52}{40} : \frac{56}{10}$

### Potència d'una fracció

Quant val  $\left(\frac{5}{2}\right)^3$ ? Desenvolupem la potència:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{5^3}{2^3}$$

**Exercici result:** Anem a obtenir el valor

de:  $\left(\frac{3}{5}\right)^8$

Elevem numerador i denominador a l'exponent

$$\left(\frac{3}{5}\right)^8 = \frac{3^8}{5^8}$$

Calculem la potència:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^8 = \frac{3^8}{5^8} = \frac{6561}{390625}$$

Per obtenir la **potència** d'una fracció has d'efectuar el quocient entre les potències del numerador i del denominador.

**Recorda:**  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$  y  $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$

**Exercicis:** Calcula el valor de les potències:

a)  $\left(\frac{2}{7}\right)^6$

b)  $\left(\frac{3}{5}\right)^4$

c)  $\left(\frac{7}{2}\right)^6$

d)  $\left(\frac{2}{13}\right)^7$

## 3. Operacions amb fraccions

### Arrel quadrada d'una fracció

Per obtenir l'arrel quadrada d'una fracció, fes l'arrel quadrada del numerador i del denominador.

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} \text{ i també: } \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

La raó és que:  $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$  i  $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ . Per tant, hi haurà una **arrel positiva** i una **de negativa**.

**Recorda:**  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  y  $-\sqrt{\frac{a}{b}}$

**Exercicis:** Calcula el valor de:

a)  $\sqrt{\frac{49}{25}}$

b)  $\sqrt{\frac{121}{169}}$

c)  $\sqrt{\frac{16}{36}}$

d)  $\sqrt{\frac{81}{25}}$

### Operacions combinades amb fraccions

Hi ha una sèrie de qüestions que has de tenir en compte a l'hora d'efectuar operacions combinades amb fraccions:

- L'ordre de les operacions és d'esquerra a dreta.
- Les multiplicacions i les divisions s'efectuen abans que les sumes i restes.
- Si hi ha parèntesis, les operacions que contenen tenen prioritats.
- Si hi ha parèntesis dins d'altres parèntesis, s'efectuen de dintre cap a fora.
- En general, no convé que esperis al final de l'exercici per simplificar.

**Exercicis:** Calcula el valor de:

a)  $\frac{7 \cdot \left(\frac{9}{4} - \frac{8}{3}\right)}{\frac{11}{2} \div \frac{4}{7}}$

b)  $\frac{3}{8} + \frac{11}{4 + \frac{2}{9 + \frac{6}{7}}}$

**Exercici result:** Anem a obtenir el valor de:

$$\sqrt{\frac{9}{169}}$$

Troblem l'arrel del numerador i denominador:

$$\sqrt{\frac{9}{169}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{169}} = \frac{3}{13}$$

Com que és arrel quadrada hi ha una altra solució:

$$\sqrt{\frac{9}{169}} = -\frac{3}{13}$$

**Exercici result:** Anem a obtenir el valor de:

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{6}{7} \cdot \frac{9}{4}}{\frac{3}{8} + \frac{5}{2}}$$

Operem separatament al numerador i al denominador:

$$\frac{\frac{2}{5} + \frac{6}{7} \cdot \frac{9}{4}}{\frac{3}{8} + \frac{5}{2}} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{54}{28}}{\frac{23}{8} + \frac{5}{2}} = \frac{\frac{140}{280} + \frac{540}{280}}{\frac{23}{8} + \frac{50}{8}} = \frac{\frac{680}{280}}{\frac{73}{8}} = \frac{680}{280} \cdot \frac{8}{73} = \frac{326}{73}$$

Dividim, multiplicant en creu:

$$\frac{326}{73} = \frac{2608}{3220}$$

Si es pot, simplifiquem el resultat.

$$\frac{2608}{3220} = \frac{652}{805}$$



## 4. Problemes d'aplicació

**PROBLEMA 1.** La setmana passada vaig llegir  $\frac{1}{7}$  d'un llibre. Durant aquesta setmana he pogut llegir  $\frac{4}{5}$  de la resta. En total he llegit 87 pàgines del llibre. Quantes pàgines en total té el llibre?

**Solució: 105 pàgines**



**PROBLEMA 2.** Hem buidat aigua des d'un barril, a 41 recipients de  $\frac{3}{4}$  litre cadascun. Han quedat tots plens menys un que s'ha omplert fins a la meitat. En el barril han quedat 14 litres. Quants litres d'aigua hi havia al barril?

**Solució: 44,37 litres**



**PROBLEMA 3.** Està previst destinar  $\frac{3}{14}$  d'una finca a places d'aparcament. Però s'han destinat  $\frac{3}{4}$  del que s'havia previst a zones enjardinades. Quina fracció de la finca s'ha destinat finalment a zones d'aparcament?

**Solució:  $\frac{3}{56}$  per a aparcaments**



**PROBLEMA 4.** D'un depòsit de cereals se n'han extret els  $\frac{8}{10}$ . L'endemà se n'extreuen  $\frac{1}{4}$  de la resta. Quina fracció del total s'ha extret del depòsit?

**Solució:  $\frac{17}{20}$  del total**



## EXERCICIS resolts

### Fraccions equivalents. Simplificació

1. Són equivalents  $\frac{27}{144}$  i  $\frac{720}{1440}$ ?

El producte d'extremes val  $27 \cdot 144 = 38880$  i el producte de mitjans  $144 \cdot 720 = 103680$

Els dos productes no coincideixen i, per tant, no són equivalents:

2. Simplifica la fracció  $\frac{510}{2850}$

- Numerador i denominador es poden dividir per 2:  $\frac{510 : 2}{2850 : 2} = \frac{255}{1425}$
- Numerador i denominador es poden dividir entre 3:  $\frac{255 : 3}{1425 : 3} = \frac{85}{475}$
- Numerador i denominador es poden dividir entre 5:  $\frac{85 : 5}{475 : 5} = \frac{17}{95}$
- $\frac{17}{95}$  és irreductible.

### Fraccions amb igual denominador

3. Redueix a denominador comú les fraccions:  $\frac{17}{105}$  i  $\frac{14}{144}$

- Trobem el **m.c.m.** dels denominadors m.c.m. (105,144) = 5040 que serà el nou denominador.
- Dividim el m.c.m entre el primer denominador:  $5040 : 105 = 48$ .
- Multipliquem el resultat pel primer numerador:  $48 \cdot 17 = 816$ , que serà el nou primer numerador.
- Ara el m.c.m el dividim entre el segon denominador:  $5040 : 144 = 35$ .
- I multipliquem el resultat pel segon numerador:  $35 \cdot 14 = 490$ , que serà el nou segon numerador.
- Així, les fraccions queden:  $\frac{816}{5040}$  i  $\frac{490}{5040}$ , fraccions amb igual denominador.

4. Redueix a igual denominador les fraccions:  $\frac{6}{576}$ ,  $\frac{48}{192}$  i  $\frac{25}{72}$

- Trobem el **m.c.m.** dels denominadors m.c.m. (576, 192,72) = 576 que serà el nou denominador de les fraccions.
- Dividim el m.c.m entre cada denominador, multiplicant el resultat pel corresponent numerador.
- Així, les fraccions queden:  $\frac{6}{576}$ ,  $\frac{144}{576}$  i  $\frac{200}{576}$ .

**EXERCICIS resolts (continuació)****Operacions amb fraccions****5. Simplifica cada fracció i calcula:**

$$-\frac{375}{1375} + \frac{80}{208} - \frac{7}{17}$$

En primer lloc simplifico les fraccions:

$$\frac{375}{1375} = \frac{3}{11}; \quad \frac{80}{208} = \frac{5}{13}; \quad \frac{7}{17} \text{ és irreductible}$$

$$\text{Queda: } -\frac{375}{1375} + \frac{80}{208} - \frac{7}{17} = -\frac{663}{2431} + \frac{935}{2431} - \frac{1001}{2431} = \frac{-729}{2431}$$

**6. Calcula el valor del següent producte:**

$$\frac{24}{90} \cdot \frac{11}{180} \cdot \frac{36}{15}$$

Si és possible simplifiquem las fraccions:

$$\frac{24}{90} \cdot \frac{11}{180} \cdot \frac{36}{15} = \frac{4}{15} \cdot \frac{11}{180} \cdot \frac{12}{5}$$

Multipliquem els numeradors i denominadors:

$$\frac{4 \cdot 11 \cdot 12}{15 \cdot 180 \cdot 5} = \frac{528}{13500}$$

$$\text{Si és possible, simplifiquem el resultat. } \frac{528}{13500} = \frac{44}{1125}$$

**7. Calcula el valor del següent quocient**  $\frac{43}{16} : \frac{11}{30}$ 

Si és possible simplifiquem les fraccions. En aquest cas ambdues són irreductibles.

Multipliquem numeradors i denominadors en creu:

$$\frac{43}{16} : \frac{11}{30} = \frac{43 \cdot 30}{16 \cdot 11} = \frac{1290}{176}$$

$$\text{I, si és possible, simplifiquem el resultat } \frac{1290}{176} = \frac{645}{88}$$

**8. Calcula la següent potència:**  $\left(\frac{5}{7}\right)^6$ 

$$\text{Elevem numerador i denominador al exponent } \left(\frac{5}{7}\right)^6 = \frac{5^6}{7^6}$$

$$\text{Calculem les potències: } \left(\frac{5}{7}\right)^6 = \frac{5^6}{7^6} = \frac{15625}{117649}$$

## EXERCICIS resolts (continuació)

### Operacions amb fraccions

**9. Indica les dues solucions de l'arrel**  $\sqrt{\frac{4}{121}}$

Trobem l'arrel del numerador i denominador:

$$\sqrt{\frac{4}{121}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{121}} = \frac{2}{11}$$

Per ser arrel quadrada hi ha una altra solució:

$$\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{121}} = -\frac{2}{11}$$

**10. Calcula:**  $\frac{\frac{11}{2} + \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{9}}{\frac{4}{3} + \frac{2}{11}}$

Operem por separat en el numerador i denominador:  $\frac{\frac{11}{2} + \frac{5}{6} \cdot \frac{7}{9}}{\frac{4}{3} + \frac{2}{11}} = \frac{\frac{11}{2} + \frac{35}{54}}{\frac{50}{33}} = \frac{\frac{332}{54}}{\frac{50}{33}}$

Dividim, multiplicant en creu:  $\frac{\frac{332}{54}}{\frac{50}{33}} = \frac{10956}{2700}$

Si es pot, simplifiquem el resultat.  $\frac{10956}{2700} = \frac{913}{225}$

**11. Calcula:**  $\left(\frac{4}{3} - \frac{8}{11}\right)^2 + \frac{2}{5}$

Operem primer el parèntesi:  $\left(\frac{44}{33} - \frac{24}{33}\right)^2 + \frac{2}{5} = \left(\frac{20}{33}\right)^2 + \frac{2}{5}$ .

Fem la potència  $\frac{400}{1089} + \frac{2}{5}$  Sumem:  $\frac{400}{1089} + \frac{2}{5} = \frac{2000}{5445} + \frac{2178}{5445} = \frac{4178}{5445}$

En aquest cas no podem simplificar el resultat.  $\frac{4178}{5445}$  és una fracció irreductible.

**12. Calcula:**  $\frac{\frac{7}{6} \cdot \left(\frac{9}{4} - \frac{8}{3}\right)}{\frac{11}{2} \cdot \frac{4}{7}} = \frac{\frac{7}{6} \cdot \frac{59}{12}}{\frac{77}{8}} = \frac{413}{77} \cdot \frac{8}{77}$ . Dividim multiplicant en creu  $\frac{3304}{5544}$ .

Simplifiquem el resultat  $\frac{3304}{5544} = \frac{59}{99}$

## Per practicar

**Equivalència de fraccions**

1. Comprova si són o no equivalents les següents fraccions:

- a)  $\frac{108}{72}$  i  $\frac{292}{192}$     b)  $\frac{54}{90}$  i  $\frac{93}{150}$   
 c)  $\frac{36}{96}$  i  $\frac{123}{320}$     d)  $\frac{14}{43}$  i  $\frac{70}{215}$

**Simplificar fraccions**

2. Simplifica les següents fraccions:

- a)  $\frac{40}{64}$     b)  $\frac{72}{162}$   
 c)  $\frac{80}{128}$     d)  $\frac{36}{172}$

**Reduir a comú denominador**

3. Redueix a comú denominador les següents fraccions:

- a)  $\frac{12}{20}$ ,  $\frac{24}{32}$  i  $\frac{6}{24}$   
 b)  $\frac{16}{28}$ ,  $\frac{6}{16}$  i  $\frac{15}{24}$   
 c)  $\frac{10}{24}$ ,  $\frac{20}{45}$  i  $\frac{6}{18}$   
 d)  $\frac{8}{22}$ ,  $\frac{36}{48}$  i  $\frac{15}{33}$

**Suma i resta de fraccions**

4. Realitza les operacions següents i simplifica el resultat quan sigui possible:

- a)  $\frac{8}{36} - \frac{15}{45} - \frac{8}{20}$   
 b)  $\frac{10}{22} - \frac{28}{52} - \frac{4}{18}$   
 c)  $-\frac{9}{15} + \frac{25}{45} - \frac{10}{20}$   
 d)  $\frac{10}{16} - \frac{10}{20} - \frac{9}{24}$

**Producte de fraccions**

5. Calcula el valor del producte de les següents fraccions i simplifica el resultat quan sigui possible:

- a)  $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{6}$     b)  $\frac{5}{11} \cdot \frac{8}{12}$   
 c)  $\frac{9}{11} \cdot \frac{7}{10}$     d)  $\frac{6}{5} \cdot \frac{7}{11}$

**Quocient de fraccions**

6. Calcula el valor del producte de les següents fraccions i simplifica el resultat quan sigui possible:

- a)  $\frac{5}{10} : \frac{12}{6}$     b)  $\frac{7}{7} : \frac{9}{5}$   
 c)  $\frac{8}{4} : \frac{4}{5}$     d)  $\frac{6}{9} : \frac{7}{5}$

**Potenciació**

7. Calcula el valor de las següents potències i simplifica el resultat quan sigui possible:

- a)  $\left(\frac{7}{9}\right)^4$     b)  $\left(\frac{4}{9}\right)^4$   
 c)  $\left(\frac{6}{9}\right)^2$     d)  $\left(\frac{7}{6}\right)^3$

**Arrel quadrada**

8. Troba el resultat de les següents arrels. Dóna les dues solucions possibles:

- a)  $\sqrt{\frac{16}{36}}$     b)  $\sqrt{\frac{25}{64}}$   
 c)  $\sqrt{\frac{9}{25}}$     d)  $\sqrt{\frac{25}{36}}$

# Fraccions

## Operacions combinades

9. Realitza les operacions següents i simplifica el resultat quan sigui possible:

a)  $\frac{9}{4} + \frac{3}{8} \cdot \frac{11}{2}$

b)  $\frac{2}{5} + \frac{6}{7} \cdot \frac{9}{4}$

c)  $\left(4 + \frac{8}{11}\right) : \left(2 + \frac{6}{7}\right)$

d)  $\frac{8}{11} : \frac{2}{5} \cdot \frac{6}{7}$

## Problemes amb fraccions

10. Quants ampolles de refresc de  $\frac{1}{5}$  de litre podem emplenar amb 417 litres de refresc?

11. Expressa en forma de fracció l'àrea d'un rectangle amb mesura de la base  $\frac{5}{6}$  m i altura  $\frac{7}{9}$  m.



12. Un camió conté 900 Kg. de patates. Descarrega  $\frac{1}{3}$  de la seva carrega. De la resta descarrega els  $\frac{2}{5}$ . Quants Kg. de patates queden?



13. En una ciutat de 470 habitants, 85 practiquen esport regularment. Quina fracció del total no practiquen esport amb regularitat? Quin tant per cent és?



14. La setmana passada he llegit  $\frac{1}{3}$  d'un llibre. Al llarg d'aquesta setmana he pogut llegir  $\frac{6}{7}$  de la resta. En total he llegit 38 pàgines del llibre. Quantes pàgines en total té el llibre?

15. Hem buidat aigua continguda en un barril, en 22 recipients de  $\frac{2}{3}$  de litre cadascun. Tots han quedat plens excepte un que s'ha emplenat per la meitat. En el barril han sobrat 10 litres. Quants litres d'aigua contenia el barril?

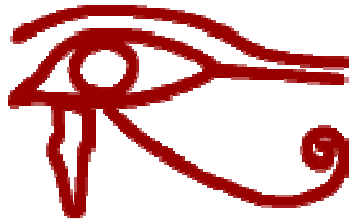
16. Està previst destinar  $\frac{6}{9}$  d'una finca a places d'aparcament. Però s'han destinat  $\frac{6}{7}$  del previst a zones enjardinades. Quina fracció de la finca s'ha destinat finalment a zones de aparcament?

17. D'un depòsit de cereals s'han extret els  $\frac{9}{11}$ . Al dia següent s'extreu  $\frac{1}{9}$  de la resta. Quina fracció del total s'ha extret del depòsit?

## Per saber-ne més



### L'ull d'Horus



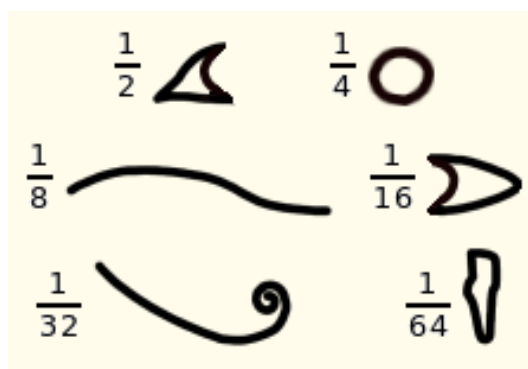
La imatge de dalt, d'origen egipci, és l'ull d'**Horus**, l'**Udyat**. Horus havia perdut l'ull en combat però, per intervenció del déu Thot, li va ser substituït per l'Udyat.

Per als antics egipcis, l'Udyat simbolitzava l'estat de perfecció i li atribuïen qualitats sanadores. També els servia per escriure nombres.

Es pot escriure qualsevol fracció positiva com a suma de fraccions de numerador la unitat. Una suma d'aquest tipus es diu una **fracció egípcia**. Són fraccions egípcies:

$$\frac{7}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \quad \text{i} \quad \frac{19}{20} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

Els jeroglífics que feien servir els egipcis per tal d'escriure les fraccions més freqüents en mesures agràries de capacitat i volum eren parts de l'ull d'Horus.



### Una fracció interminable

Mira com està escrita aquesta fracció,

$$\frac{27}{19} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}$$

I si seguim el procés indefinidament?

$$\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \dots}}}$$

S'obté una **fracció contínua**, el resultat de la qual no és una fracció!

Amb fraccions contínues, es poden escriure nombres tan importants en matemàtiques com  $\varphi$ , el **nombre d'or**.

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$$

Pots trobar més informació a la **viquipèdia**:

Secció àuria:

[http://ca.wikipedia.org/wiki/Secció\\_àuria](http://ca.wikipedia.org/wiki/Secció_àuria)

Fracció contínua:

[http://ca.wikipedia.org/wiki/Fracció\\_contínua](http://ca.wikipedia.org/wiki/Fracció_contínua)



## Recorda el més important

- **Quan són equivalents dues fraccions?**  
Quan el seu producte d'extremes i mitjans coincideix.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ si compleix } a \cdot d = c \cdot b$$

- **Com se simplifiquen fraccions?**  
Has de dividir numerador i denominador entre un mateix factor. Si el **mcd** del numerador i el denominador és la unitat, la fracció ja no es pot simplificar més, és **irreductible**.

Si saps el mcd del numerador i el denominador, el millor és dividir directament per aquesta quantitat. La fracció resultant serà irreductible.

$$\frac{20}{12} = \frac{20:2}{12:2} = \frac{10}{6} = \frac{10:2}{6:2} = \frac{5}{3}$$

$$\text{m.c.d.}(20,12)=4$$

$$\frac{20}{12} = \frac{20:4}{12:4} = \frac{5}{3}$$

- **Com es redueixen fraccions a denominador comú?**  
Divideix el **mcm** dels denominadors entre el denominador i multiplica pel numerador.

$$\frac{7}{6} \text{ i } \frac{7}{9} \text{ equivalen a } \frac{21}{18} \text{ i } \frac{14}{18}$$

- **Com se sumen i resten fraccions?**  
Han de tenir el mateix denominador.

$$\frac{7}{9} + \frac{6}{5} = \frac{7 \cdot 5}{45} + \frac{6 \cdot 9}{45} = \frac{89}{45}$$

- **Com es multipliquen fraccions?**  
Multiplica numeradors i denominadors.

$$\frac{6}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6 \cdot 3}{6 \cdot 5} = \frac{18}{30}$$

- **Com es divideixen fraccions?**  
Multiplica en creu els numeradors i els denominadors.

$$\frac{5}{8} : \frac{5}{5} = \frac{5 \cdot 5}{8 \cdot 5} = \frac{25}{40}$$

- **Com s'obté la potència d'una fracció?**  
Eleva el numerador i el denominador.

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$$

- **Com s'extreu l'arrel d'una fracció?**  
Extreu l'arrel del numerador i el denominador.

$$\sqrt{\frac{100}{81}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{81}} = \frac{10}{9} \text{ y } -\frac{10}{9}$$



## Autoavaluació



1. Troba una fracció irreductible equivalent a  $\frac{96}{216}$ .
2. Sense simplificar-les, redueix a comú denominador  $\frac{6}{24}$  i  $\frac{16}{36}$ .
3. Calcula  $\frac{8}{18} + \frac{12}{36}$ . El resultat ha de ser irreductible.
4. Calcula  $\frac{20}{36} - \frac{8}{14}$  (en forma de fracció irreductible).
5. Troba la fracció irreductible equivalent a  $\frac{12}{20} + \frac{20}{35} + \frac{30}{42}$ .
6. Troba  $\frac{15}{27} - \frac{8}{24} + \frac{10}{20}$ , expressat de forma irreductible.
7. Calcula  $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{11}$ . Simplifica el resultat.
8. Troba el valor de  $\frac{7}{9} : \frac{5}{10}$ . El resultat ha d'estar simplificat.
9. Una roda avança  $\frac{4}{6}$  metres cada volta. Quantes voltes ha de fer per avançar 8 metres?
10. Troba  $\sqrt{\frac{16}{64}}$ .

## Solucions dels exercicis proposats en els Continguts

### Fraccions equivalents

- a) No són equivalents, ja que el producte de mitjans i extrems no coincideixen.  
 b) No són equivalents, ja que el producte de mitjans i extrems no coincideixen.

### Reducció a comú denominador

- a)  $\frac{190}{720}$  i  $\frac{180}{720}$   
 b)  $\frac{9}{24}$  i  $\frac{8}{24}$   
 c)  $\frac{115}{180}$  i  $\frac{22}{180}$   
 d)  $\frac{21}{180}$  i  $\frac{432}{180}$

### Comparació de fraccions

- a)  $\frac{7}{9} > \frac{1}{5}$   
 b)  $\frac{4}{14} < \frac{3}{7}$   
 c)  $\frac{8}{17} < \frac{2}{3}$   
 d)  $\frac{5}{9} < \frac{3}{4}$

### Suma i resta

- a)  $-\frac{365}{46}$   
 b)  $\frac{500}{437}$   
 c)  $\frac{6}{437}$   
 d)  $\frac{417}{46}$

### Quocient de fraccions

- a)  $\frac{88}{57}$   
 b)  $\frac{207}{116}$   
 c)  $\frac{73}{176}$   
 d)  $\frac{13}{56}$

### Potències

- a)  $\frac{64}{117649}$   
 b)  $\frac{81}{625}$   
 c)  $\frac{117649}{64}$   
 d)  $\frac{128}{62748517}$

### Arrels

- a)  $\frac{7}{5}y - \frac{7}{5}$   
 b)  $\frac{11}{13}y - \frac{11}{13}$   
 c)  $\frac{2}{3}y - \frac{2}{3}$   
 d)  $\frac{9}{5}y - \frac{9}{5}$

### Operacions combinades

- a)  $-\frac{5}{99}$   
 b)  $\frac{1213}{536}$

### Problemes d'aplicació

#### PROBLEMA 1.

La setmana passada vaig llegir  $\frac{1}{7}$  del llibre. Em queden per llegir  $\frac{6}{7}$ . Aquesta setmana he llegit  $\frac{4}{5}$  de la resta, és a dir  $\frac{4}{5}$  de  $\frac{6}{7}$ .

Del total he llegit

$$\frac{1}{7} + \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1}{7} + \frac{24}{35} = \frac{29}{35}$$

És a dir,  $\frac{29}{35}$  del total resulten ser 87 pàgines.

Per tant el total serà:

$$\text{Total} = 87 \cdot \frac{35}{29} = \mathbf{105 \text{ pàgines}}$$

#### PROBLEMA 2.

S'han emprat 40 recipients de  $\frac{3}{4}$  de litre. És a dir  $40 \cdot \frac{3}{4} = 30$  litres d'aigua.

Un ha quedat per la meitat. Són  $\frac{3}{4} : 2 = 0,37$  litres més.

Per últim han sobrat 14 litres.

**En total** tenim: **44,37 litres** d'aigua en el barril

#### PROBLEMA 3

Per aparcaments s'havia reservat  $\frac{3}{14}$  de la finca.

S'ha fet servir  $\frac{3}{4}$  de  $\frac{3}{14}$  per zones enjardinades.

Per aparcaments ens quedarà  $\frac{3}{14} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{14}$  del total.

$$\frac{3}{14} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{14} = \frac{3}{14} - \frac{9}{56} = \frac{3}{56}$$

**Solució:**  $\frac{3}{56}$  s'haurà reservat per aparcaments.

#### PROBLEMA 4

El primer dia es va treure  $\frac{8}{10}$  del total.

El segon dia es van extreure  $\frac{1}{4}$  de  $1 - \frac{8}{10}$ .

És a dir, el segon dia es van treure  $\frac{1}{4} \cdot (1 - \frac{8}{10}) = \frac{2}{40}$  del total.

**Solució:** La fracció del total extreta ha estat  $\frac{8}{10} + \frac{2}{40} = \frac{17}{20}$

## Solucions dels exercicis per practicar

### Equivalència de fraccions

1. a) No. Els productes creuats no coincideixen.  
 b) No. Els productes creuats no coincideixen.  
 c) No. Els productes creuats no coincideixen.  
 d) Si.

### Simplificar fraccions

2. a)  $\frac{5}{8}$   
 b)  $\frac{4}{9}$   
 c)  $\frac{5}{8}$   
 d)  $\frac{1}{2}$

### Reduir a comú denominador

3. a)  $\frac{12}{20}$ ,  $\frac{15}{20}$  i  $\frac{5}{20}$   
 b)  $\frac{32}{56}$ ,  $\frac{21}{56}$  i  $\frac{35}{56}$   
 c)  $\frac{15}{36}$ ,  $\frac{16}{36}$  i  $\frac{35}{36}$   
 d)  $\frac{16}{44}$ ,  $\frac{33}{44}$  i  $\frac{20}{44}$

### Suma i resta de fraccions

4. a)  $-\frac{23}{45}$   
 b)  $\frac{-394}{1287}$   
 c)  $-\frac{49}{90}$   
 d)  $-\frac{1}{4}$

### Producte de fraccions

5. a)  $\frac{1}{2}$   
 b)  $\frac{10}{33}$

- c)  $\frac{63}{110}$   
 d)  $\frac{42}{55}$

### Quocient de fraccions

6. a)  $\frac{1}{4}$   
 b)  $\frac{5}{9}$   
 c)  $\frac{5}{2}$   
 d)  $\frac{10}{21}$

### Potenciació

7. a)  $\frac{2401}{6561}$   
 b)  $\frac{256}{6561}$   
 c)  $\frac{4}{9}$   
 d)  $\frac{343}{216}$

### Arrel quadrada

8. a)  $\frac{2}{3}$  i  $-\frac{2}{3}$   
 b)  $\frac{3}{5}$  i  $-\frac{3}{5}$   
 c)  $\frac{5}{8}$  i  $-\frac{5}{8}$   
 d)  $\frac{5}{6}$  i  $-\frac{5}{6}$

### Operacions combinades

9. a)  $\frac{69}{16}$   
 b)  $\frac{163}{70}$   
 c)  $\frac{91}{55}$   
 d)  $\frac{120}{77}$

### Problemes amb fraccions

10. Podem omplir 2085 ampolles de refresc.

11. L'àrea del rectangle és  $\frac{35}{54}$  m<sup>2</sup>

12. Queden al camió 360 Kg. De patates.

13. No practiquen esport amb regularitat un  $\frac{77}{94}$  del total, el que suposa un 81%.

14. El llibre té en total 42 pàgines.

15. Han sobrat 22, 43 litres del barril.

16. S'ha destinat del total de la finca una fracció de  $\frac{2}{21}$  del total.

17. La fracció del total extreta ha sigut  $\frac{83}{99}$

## Solucions AUTOAVALUACIÓ

1.  $\frac{6}{5}$ .
2.  $\frac{35}{30}$  i  $\frac{8}{30}$ .
3.  $\frac{9}{70}$ .
4.  $\frac{3}{30}$ .
5.  $\frac{53}{20}$ .
6.  $\frac{35}{12}$ .
7.  $\frac{5}{11}$ .
8.  $\frac{14}{9}$ .
9. 12 voltes.
10.  $-\frac{4}{8}$  i  $\frac{4}{8}$ .