

# Equacions de primer grau

## DEFINICIONS

### IDENTITATS I EQUACIONS

- Una igualtat algebraica està formada per dues expressions algebraiques separades pel signe igual (=).
- Una identitat és una igualtat algebraica que es verifica per a qualsevol valor de les lletres.
- Una equació és una igualtat algebraica que no es compleix per a tots els valors de les lletres.  
Resoldre una equació és trobar el valor o valors de les lletres perquè es compleixi la igualtat.

- La **incògnita** d'una equació és la lletra amb el valor desconegut.
- El **grau** de l'equació és l'exponent més elevat amb què apareix la incògnita després de fer les operacions que s'indiquen a l'equació.

### EXEMPLE

$x + x = 2x$  és una identitat.

Es compleix la igualtat per a qualsevol valor numèric que prengui  $x$ .

Per a  $x = 1 \rightarrow 1 + 1 = 2 \cdot 1 \rightarrow 2 = 2$

Per a  $x = -2 \rightarrow (-2) + (-2) = 2(-2) \rightarrow -4 = -4$

$x + 4 = 10$  és una equació. Només es compleix quan  $x = 6 \rightarrow 6 + 4 = 10$ .

- 2 Indica el valor de  $x$  perquè es compleixi la igualtat.

EQUACIÓ	PREGUNTA	VALOR DE $x$
$15 - x = 12$	Quin nombre restat a 15 dóna 12?	$x =$
$10 + x = 14$		
$11 - x = 10$		
$2 + x = 9$		
$16 - x = 4$		

- 3 Calcula mentalment el valor de  $x$  perquè es compleixi la igualtat.

a)  $x - 1 = 2$

d)  $-x + 10 = 5$

b)  $x + 7 = 15$

e)  $x + 4 = 12$

c)  $x - 3 = 6$

f)  $-x - 6 = -10$

## Equacions equivalents

### EQUACIONS EQUIVALENTS

Dues o més equacions són equivalents quan tenen les mateixes solucions.

$x + 4 = 10$  i  $2x = 12$  són equacions equivalents, ja que la solució de totes dues és  $x = 6$ .

$$6 + 4 = 10 \quad 2 \cdot 6 = 12$$

#### Propietats:

- Si **sumem** un **mateix nombre** o una **mateixa expressió algèbrica** als dos membres d'una equació, obtindrem una altra equació **equivalent** a la primera.
- Si **multipliquem** per un **mateix nombre** diferent de 0 els dos membres d'una equació, obtenim una altra equació **equivalent** a la primera

- 4 Per a cada una d'aquestes equacions, escriu una equació equivalent i troba'n la solució.

EQUACIÓ	EQUACIÓ EQUIVALENT	SOLUCIÓ
$7 + x = 13$		
$x + 2 = 9$		
$2x = 14$		
$x - 4 = 4$		
$11 = 9 + x$		

- 5 L'equació  $3x + 4 = 10$  té com a solució  $x = 2$ . Esbrina quines de les equacions són equivalents a l'equació  $3x + 4 = 10$ .

- a)  $3x + 10 = 20$                       e)  $\frac{2}{7}x + 2x - 5 = 6x$   
b)  $\frac{3}{2}x - 8 = -5$                       f)  $2x + 8 - \frac{1}{2}x = x + 9$   
c)  $4x + 12 - x = 21$                       g)  $12x - 3x + 10 = 5x + 18$   
d)  $\frac{4}{9}x + 12x - 8 = 18$                       h)  $\frac{1}{2}x + 3x = \frac{3}{2}x + 4$

- 6 Tempteja i troba la solució de les equacions següents.

- a)  $x - 2 = 2$                       e)  $x - 4 = 1$                       i)  $2x - 1 = 3$   
b)  $4 + x = -2$                       f)  $-1 + x = -3$                       j)  $3x = -15$   
c)  $x - 1 = -5$                       g)  $-2 - x = -4$                       k)  $-2x - 4 = 10$   
d)  $\frac{x}{2} = 4$                       h)  $\frac{x}{18} = -6$                       l)  $\frac{2x}{5} = 2$

## RESOLUCIÓ D'EQUACIONS DE PRIMER GRAU

El mètode general de resolució consisteix a aplicar les propietats de les equacions per transformar l'equació inicial en una altra d'equivalent més senzilla.

Ens podem trobar tres casos diferents:

### a) En l'equació no apareixen parèntesis ni denominadors:

- **Transposició de termes:** Agrupem en un membre els termes que contenen la incògnita i, en l'altre membre, els termes que no la contenen.
- **Reducció** de termes semblants: Efectuem les operacions en cadascun dels membres.
- **Aïllament** de la incògnita: Eliminem el coeficient de la incògnita.

#### TRANSPOSICIÓ DE TERMES

- Si als dos dels membres d'una equació els sumem o restem un mateix nombre o expressió algebraica, obtenim una altra equació equivalent a la donada.
- Si als dos dels membres d'una equació els multipliquem o dividim per un mateix nombre diferent de zero, obtenim una equació equivalent a la donada.

#### EXEMPLE

Resol l'equació  $x - 4 = 10$ .

$$\begin{aligned} \text{Sumem 4 en tots dos membres} &\longrightarrow x - 4 + 4 = 10 + 4 \\ &x = 14 \end{aligned}$$

Resol l'equació  $x + 2x = 4 + 2x + 5$ .

$$\begin{aligned} \text{Restem } 2x \text{ en tots dos membres} &\longrightarrow x + 2x - 2x = 4 + 2x - 2x + 5 \\ &x = 4 + 5 \\ &x = 9 \end{aligned}$$

Resol l'equació  $3x = 12$ .

$$\text{Dividim tots dos membres entre 3} \longrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \rightarrow x = 4$$

Resol l'equació  $\frac{5x}{4} = 10$ .

$$\text{Multipliquem per 4 tots dos membres} \longrightarrow \frac{5x}{4} \cdot 4 = 10 \cdot 4 \rightarrow 5x = 40$$

$$\text{Dividim tots dos membres entre 5} \longrightarrow \frac{5x}{5} = \frac{40}{5} \rightarrow x = 8$$

1 Resol les equacions següents aplicant la transposició de termes.

a)  $3x = 15$

d)  $2x + 6 = 20 + 6 + x$

b)  $x + 6 = 14$

e)  $2x + 4 = 16$

c)  $-10 = -x + 3$

f)  $-4x - 4 = -20 - x$

2 Resol les equacions següents.

a)  $2x - 5 = 3$

c)  $-x - 4 = 10$

b)  $x = -15 - 4x$

d)  $3x + 8 = 12 - x$

### b) En l'equació apareixen parèntesis, però no denominadors

Eliminem parèntesis amb la propietat distributiva i després fem servir el mètode general'

MÈTODE GENERAL DE RESOLUCIÓ D'EQUACIONS	
Resol l'equació $2(x - 4) - (6 + x) = 3x - 4$ .	
Per resoldre una equació és convenient seguir aquests passos.	
1r Eliminem parèntesis.	$2x - 8 - 6 - x = 3x - 4$
2n Reduïm termes semblants.	$x - 14 = 3x - 4$
3r Transposem termes.	
Restem $x$ en tots dos membres.	$x - x - 14 = 3x - x - 4$
	$-14 = 2x - 4$
Sumem 4 en tots dos membres.	$-14 + 4 = 2x - 4 + 4$
	$-10 = 2x$
4t Aïllem la incògnita.	
Dividim tots dos membres entre 2.	$\frac{-10}{2} = \frac{2x}{2} \rightarrow -5 = x$

3 Resol aquestes equacions.

a)  $4 - x = 2x + 3x - 5x$

e)  $2(x + 5) = 3(x + 1) - 3$

b)  $2x - 9 = 3x - 17$

f)  $3(x - 3) - 5(x - 1) = 6x$

c)  $3x + 8 - 5(x - 1) = 2(x + 6) - 7x$

g)  $3(x + 2) + 4(2x + 1) = 11x - 2(x + 6)$

d)  $3(3x + 1) - (x - 1) = 6(x + 10)$

h)  $5(x - 4) + 30 = 4(x + 6)$

### c) En l'equació apareixen parèntesis i denominadors

Els primer passos de la resolució han d'anar dirigits a l'eliminació dels denominadors

## RESOLUCIÓ D'EQUACIONS AMB DENOMINADORS

Resol l'equació  $\frac{2x-1}{3} = \frac{x-3}{2} + \frac{3x-7}{4}$ .

Per resoldre una equació amb denominadors és convenient seguir aquests passos.

1r Eliminem denominadors.

$$\text{m. c. m. } (3, 2, 4) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

$$12 \cdot \frac{2x-1}{3} = 12 \cdot \frac{x-3}{2} + 12 \cdot \frac{3x-7}{4}$$

$$4(2x-1) = 6(x-3) + 3(3x-7)$$

2n Eliminem parèntesis.

$$8x - 4 = 6x - 18 + 9x - 21$$

3r Reduïm termes semblants

$$8x - 4 = 15x - 39$$

4t Transposem termes.

Restem  $8x$  en tots dos membres.

$$8x - 4 - 8x = 15x - 39 - 8x$$

$$-4 = 7x - 39$$

Sumem  $39$  en tots dos membres.

$$-4 + 39 = 7x - 39 + 39$$

$$35 = 7x$$

5è Aïllem la incògnita.

Dividim tots dos membres entre  $7$ .

$$\frac{35}{7} = \frac{7x}{7} \rightarrow x = 5$$

4 Troba la solució d'aquestes equacions.

a)  $\frac{x-1}{4} - \frac{12-2x}{5} = \frac{x-2}{5}$

d)  $\frac{x-4}{2} + \frac{x+3}{6} - \frac{x-6}{3} = 1 + \frac{x-7}{2}$

b)  $5 - \frac{x-2}{4} = 4 + \frac{x-3}{2}$

e)  $2\left(\frac{x}{3} + 5\right) = \frac{2x}{4} + 4$

c)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} = 30$

f)  $\frac{3(x+5)}{4} + \frac{-7(x+3)}{10} = 4$

## Nombre de solucions d'una equació de primer grau

Una equació de primer grau amb una incògnita es pot expressar amb la forma  $ax+b=0$  amb  $a \neq 0$ . Com que  $a \neq 0$ , podem aïllar la incògnita:

$$ax + b = 0 \leftrightarrow ax = -b \leftrightarrow x = \frac{-b}{a}$$

Observem que l'equació té una única solució. No obstant això quan transformem igualtats algebraiques podem arribar a expressions de la forma  $ax + b = 0$  amb  $a = 0$ , és a dir,  $ax = -b$  amb  $a = 0$ . Aquestes expressions també es tracten com si fossin equacions de primer grau. Aquesta equació tindrà solució o no en funció del valor de  $b$ .

- Si  $b \neq 0$ , l'equació no té solució, no n'hi ha cap nombre que multiplicat per  $0$ , doni un nombre diferent a  $0$ .
- Si  $b = 0$ , l'equació té infinites solucions, ja que qualsevol nombre multiplicat per  $0$  dona  $0$ .

# EXERCICIS

1 . Les igualtats que et proposem a continuació són equacions de primer grau. Se sap que els nombres  $-3, 0, 5, -2, 3$  i  $2$  és solució d'una de les equacions. Assigna a cada equació la seva solució.

a.-)  $4x - 3 = 2x + 7$

b.-)  $6 \cdot (x - 1) = x + 3 \cdot (x - 2)$

c.-)  $-7x = 3x + 30$

d.-)  $3x = 15 - 2x$

e.-)  $\frac{x}{2} = \frac{x+1}{3}$

f.-)  $-2 \cdot (x - 5) - 3 \cdot (x + 4) = 8$

2. Resol les equacions següents:

a.-)  $3 + 5x = 1 - 2x$

b.-)  $17 = 2 - 3x$

c.-)  $6x - 45 = 9$

d.-)  $x - 2 + 7x = 0$

e.-)  $5x + 9 = 24$

f.-)  $5x - 2 = 1 - 7x + 12$

g.-)  $7 - 12x = -2$

h.-)  $24 + 24x = 24 + 25x$

3. - Resol les equacions següents:

a.-)  $4x - 3 = 2x + 7$

b.-)  $-7x = 3x + 30$

c.-)  $3x = 15 - 2x$

d.-)  $2x + 1 = x + \frac{3}{2}$

e.-)  $4x - 9 = -x - 9$

f.-)  $2x + 7 = x + 5$

4.- Resol les següents equacions amb parèntesis:

a.-)  $6(x - 1) = x + 3(x - 2)$

b.-)  $-2(x - 5) - 3(x + 4) = 8$

c.-)  $3(x + 7) - (2x + 8) = 25 - 3(x + 2)$

d.-)  $4x - 7 = 2(x + 5) - 3(2x + 4)$

e.-)  $3x + \frac{2}{3} = 5(x - \frac{3}{5})$

f.-)  $3(x + \frac{1}{2}) - 2(3x + \frac{4}{3}) = -(x + 5)$

5 . Resol les equacions següents:

a.-)  $5 \cdot (x - 3) = 10$

d.-)  $7 + 3 \cdot (2 + x) - 3x = 9 + 2x$

b.-)  $1 - 3x = 4x + 5 - (4 - x)$

e.-)  $4 - 2 \cdot (x + 3) = 13 - 5 \cdot (x + 4)$

c.-)  $15x - 5 \cdot (x - 1) = 120 - 5x$

f.-)  $1 - 3x - 2 \cdot (x - 1) = 5 \cdot (1 - 2x) + 7$

6- Resol les següents equacions amb denominadors:

$$\text{a.) } x + \frac{3x+1}{3} - \frac{x+3}{5} + 1 - \frac{x-2}{10} = 2x+6$$

$$\text{b.) } \frac{x+\frac{1}{2}}{3} - \frac{2x-1}{4} = 0$$

$$\text{c.) } \frac{x-6}{2} - \frac{x-5}{4} = \frac{1+x}{6}$$

$$\text{d.) } \frac{3+5x}{3} = 2(x+5)$$

$$\text{e.) } \frac{x+4}{3} - 5(2x-4) = \frac{5}{4}$$

$$\text{f.) } \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{7x}{12}$$

7 . - Resol les equacions següents:

$$\text{a.-) } \frac{2x}{5} - 1 = x + \frac{1}{3}$$

$$\text{b.-) } \frac{x-3}{7} + \frac{x+1}{2} = \frac{3}{14}$$

$$\text{c.-) } \frac{2 \cdot (x-1)}{9} - \frac{6+2x}{3} = 4$$

$$\text{d.-) } 2 \cdot (x-1) = \frac{x-3}{2} - \frac{1-2x}{6}$$

$$\text{e.-) } \frac{1}{8} \cdot (x-2) - \frac{3}{4} \cdot (x+6) + x = -1$$

$$\text{f.-) } \frac{x-2}{2} - \frac{x-3}{3} - \frac{x-4}{4} = 0$$

8 . - Resol les equacions següents:

$$\text{a.-) } \frac{x-1}{3} = \frac{2x+4}{5}$$

$$\text{b.-) } \frac{3 \cdot (x-1)}{2} = \frac{x-3}{4}$$

$$\text{c.-) } \frac{-2 \cdot (x+3)}{2} = \frac{4 \cdot (x-1)}{3}$$

$$\text{d.-) } -2x+5 = \frac{x+3}{2}$$

$$\text{e.-) } \frac{x+1}{x-1} = -2$$

$$\text{f.-) } \frac{x-9}{2} = \frac{1+3x}{13}$$

$$\text{g.-) } \frac{2x-31}{6} = \frac{x-3}{4}$$

$$\text{h.-) } \frac{1}{x-1} = \frac{3}{2x+5}$$

## PROBLEMES QUE ES RESOLEN APLICANT LES EQUACIONS DE PRIMER GRAU

---

### Recorda

Per resoldre un problema, l'has de llegir atentament, has d'identificar els elements del problema i has de donar nom als elements desconeguts.

---

- 1.- Escribe en llenguatge simbòlic les expressions següents:
  - a.- El doble d'un nombre menys la quarta part.
  - b.- Anys de l'Anna d'aquí a dotze anys.
  - c.- Anys de l'Elisabet fa tres anys.
- 2.- Expressa en llenguatge algèbric les expressions següents:
  - a.- Un nombre més el que el segueix.
  - b.- Perímetre d'un quadrat.
  - c.- El doble d'un nombre menys la seva cinquena part.
  - d.- El quintuple d'un nombre més la seva cinquena part.
  - e.- Disset menys la meitat d'un nombre.
  - f.- Dos nombres consecutius.
- 3.- Dos jugadors de futbol han marcat durant la lliga 45 gols. Si un d'ells ha aconseguit fer 7 gols més que l'altre, quants n'ha fet cadascú?
- 4.- Reparteix 1800 € entre dues noies de tal manera que una rebi 400 € menys que l'altre.
- 5.- Una granja té el doble nombre de gallines que d'ànecs. Si el total és de 1512 animals, quants n'hi ha de cada classe?
- 6.- En un àlbum hi ha 18 fotografies en color més que en blanc i negre. Si en total n'hi ha 86, quantes són en blanc i negre i quantes en color?
- 7.- Si augmentem en 3 cm. El costat d'un quadrat, obtenim un altre quadrat, l'àrea del qual supera en  $51 \text{ cm}^2$  la del quadrat original. Quant mesura el costat del primer quadrat?
- 8.- El pare del Toni té 36 anys, i ell 6. D'aquí a quants anys l'edat del pare serà el doble de la del Toni?
- 9.- Una fàbrica fa 5 bolígrafs blaus per cada un de vermell. Al cap d'un hora han fabricat 37.518 bolígrafs. Quants n'hi haurà de cada color?
- 10.- La Roser té 7 anys menys que la seva cosina Meritxell i d'aquí a 15 anys la suma de les seves edats serà 53 anys. Quina edat té cada una?
- 11.- En un estany del zoològic hi ha el triple nombre de cignes que de flamencs. El nombre total d'aquestes aus és de 144. Quants n'hi ha de cada classe?
- 12.- Entre dues classes hi ha 57 alumnes. Si el nombre d'alumnes d'una classe és la meitat que l'altra. Quants alumnes hi ha a cada classe?



- 13.-** Un pare, per estimular al seu fill a fer els deures li diu: "Per cada exercici que facis bé et donaré 2'5 € i per cada un que facis malament, me'n donaràs 2'0 €". Després de fer 25 exercicis, es troba amb 22 €. Quants exercicis ha resolt bé?
- 14.-** En uns exàmens són eliminats a l'exercici escrit la tercera part dels alumnes presentats, i en el següent, l'oral, la quarta part dels que van quedar. Van aprovar els exercicis 640 alumnes. Quants alumnes es van presentar i quin va ser el tant per cent d'aprovat?
- 15.-** Vaig gastar les  $\frac{3}{4}$  parts del que tenia. Vaig perdre les  $\frac{2}{5}$  parts del que em va quedar. Em van prendre 300 i em vaig quedar sense res. Quants diners tenia al començament?