DOSSIER

MATEMÀTIQUES PER

NECESSITATS EDUCATIVES ESPECIALS

1ER ESO

3er Trimestre

Nacho Garcia

Nando Alemany

INDEX

Aquest dossier està realitzat seguint la programació curricular de 1er ESO. Està adaptat per a alumnes nouvinguts amb uns coneixements mínims del català.

El curs de matemàtiques de 1er ESO per a alumnes amb necessitats educatives especials està estructurat en tres dossiers, un per cada trimestre.

Bibliografia.

Quaderns Clau de l'ESO. Editorial Vicens Vives.

Quaderns de Matemàtiques. Editorial Nadal.

T'atreveixes amb les Mates? Editorial Mc Graw Hill

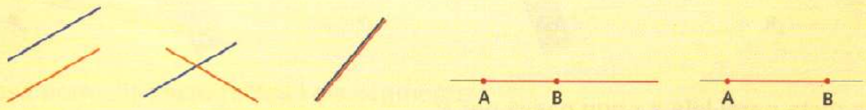
Reforç de matemàtiques. Repassa i aprova. Editorial Casals

GEOMETRIA

1. Rectes, semirectes i segments

- Dues rectes al pla poden ser:
  - **Paral·leles**: no tenen cap punt en comú o *punt d'intersecció*.
  - **Secants**: tenen un únic punt d'intersecció.
  - **Coincidents**: tenen tots els punts comuns.
- Un punt *A* divideix una recta en **dues parts anomenades semirectes.**
- Un **segment** és la part d'una recta compresa entre dos dels seus punts, *A* i *B*.

  Els punts *A* i *B* en són els extrems. La longitud del segment *AB* és la distància entre el punt *A* i el punt *B*.



rectes paral·leles — rectes secants — rectes coincidents — semirecta amb origen a A que passa per B — segment AB

1. Observa les cinc rectes de la figura. Completa la informació sobre la seva posició relativa:

Les rectes r_1 i r_2 són paral·leles.

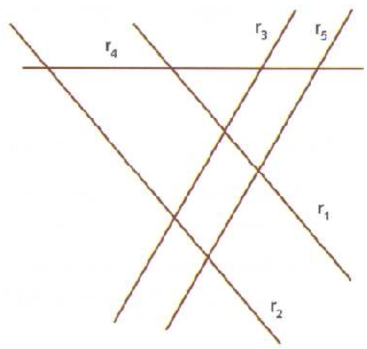
Les rectes r_1 i r_3 són secants.

a) Les rectes r_1 i r_4 són ....

b) Les rectes r_2 i r_5 són ....

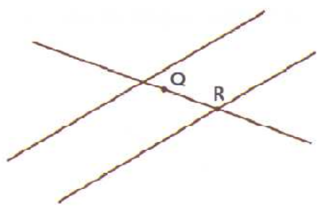
c) Les rectes r_3 i r_5 són ....

d) Les rectes r_3 i r_4 són ....



2. Escriu el nom que correspon a cada recta de la dreta sabent que:

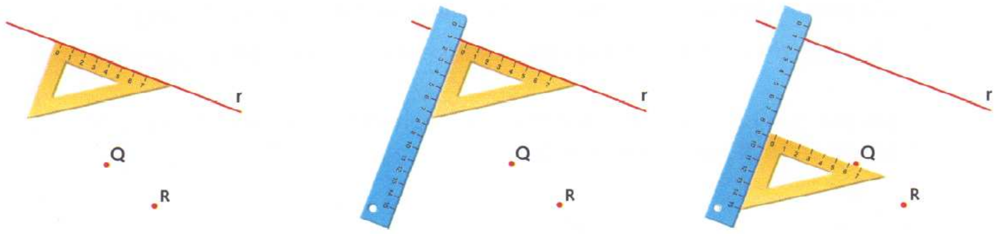
- r_1 i r_2 són paral·leles.
- r_3 passa pel punt *Q*.
- r_2 té el punt *R* en comú amb r_3.



3. Traça, amb regle i escaire, la recta paral·lela a *r* que passa per *Q*:

1. Posa un costat de l'angle recte de l'escaire sobre la recta *r*.
2. Situa el regle sobre l'altre costat de l'angle recte de l'escaire.
3. Mantén fix el regle (com a guia) i desplaça l'escaire fent-lo lliscar sobre el regle fins a trobar el punt *Q*. Així es determina la nova recta. Dibuixa-la.

Ara traça la recta paral·lela a *r* que passa per *R*.



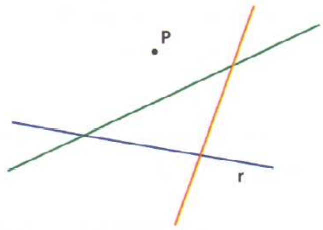
4. Traça la recta paral·lela a *r* que passa per *P*.

a) Determina el nombre de punts d'intersecció entre cada parell de rectes.

....

b) Hi ha algun punt pel qual passin 3 rectes?

....

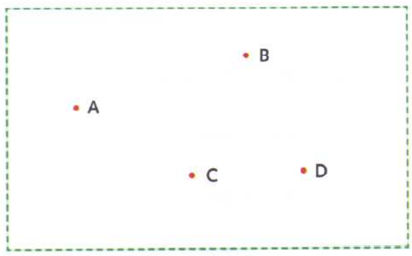


5. Traça la recta *r* que passa per *A* i per *B*.

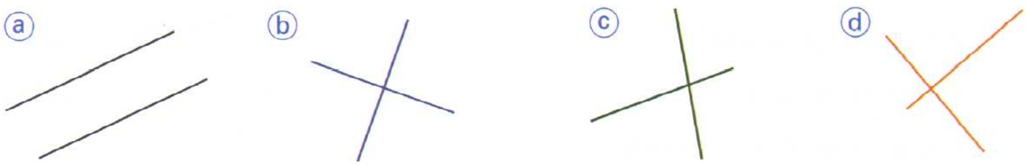
a) Traça les dues rectes, *s* i *t*, paral·leles a *r*, que passen per *C* i per *D* respectivament.

b) Hi ha cap punt en comú entre alguna de les tres rectes de la figura resultant?

....



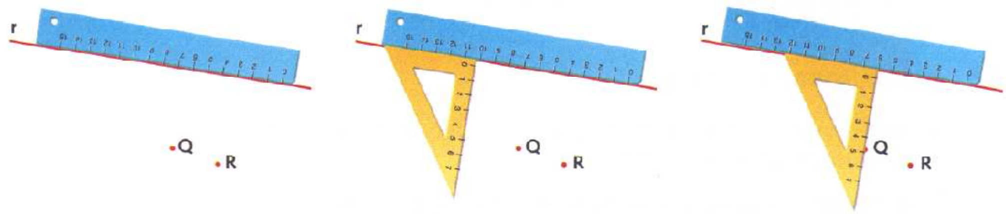
6. Dues rectes són perpendiculars si determinen quatre regions iguals. Encercla els parells de rectes que són perpendiculars.



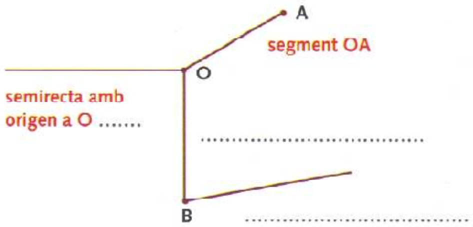
7. Traça, amb regle i escaire, la recta perpendicular a *r* que passa per *Q*:

1. Col·loca el regle sobre la recta *r*.
2. Posa un costat de l'angle recte de l'escaire sobre *r*.
3. Mantenint fix el regle (com a guia), desplaça l'escaire fent-lo lliscar sobre el regle fins a trobar el punt *Q*. Així determinem la nova recta. Dibuixa-la.

   Ara traça la recta perpendicular a *r* que passa per *R*.



8. Posa nom a les semirectes i als segments:

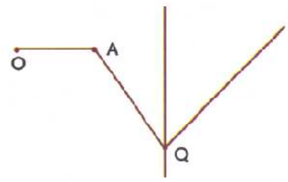


9. Indica quantes rectes, semirectes i segments es veuen a la figura:

Rectes: ....

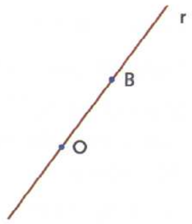
Semirectes: ....

Segments: ....



10. Traça la semirecta amb origen al punt *M* que conté el punt *N*.
Tot seguit, dibuixa un punt *P* i traça el segment *PM*.

11. Observa que sobre la recta *r* s'hi determinen quatre semirectes. Completa'n la descripció:



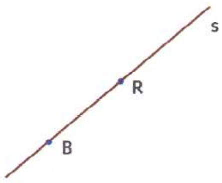
a) Amb origen a *O* i que conté el punt *B*.

b) Amb .... *O* i que no conté el punt *B*.

c) Amb origen a .... i que conté el punt *O*.

d) Amb origen a .... i que no conté el punt ....

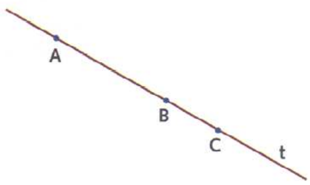
12. Marca, sobre la recta *s*:



- Amb color verd, la semirecta amb origen a *A* que no conté el punt *R*.
- Amb color blau, la semirecta amb origen a *R* que no conté el punt *B*.

La part de la recta *r* no pintada és ....

13. Digues els tres segments de la recta *t* que tenen els extrems als punts assenyalats:



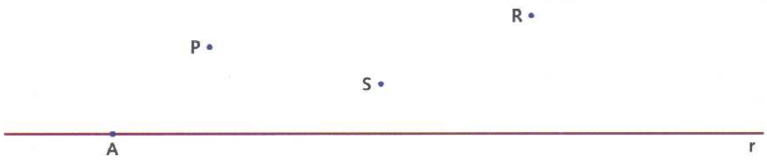
....

Quin és el més curt? I el més llarg?

....

14. Dibuixa un segment de 3 cm sobre la recta *t* i amb un extrem a *A*:

15. Dibuixa els segments *PR* i *RS* i mesura'ls:



Transporta el segment *PR* sobre la recta *r* de manera que el punt *P* coincideixi amb el punt *A*.

Recorda que...

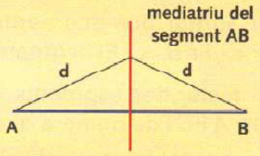
Per transportar un segment sobre una recta *r* amb extrem a *A*:

- Situa les puntes d'un compàs sobre els extrems del segment.
- Clava un extrem del compàs a A sense canviar-ne l'obertura.
- Amb l'altre braç del compàs, marca sobre *r* l'altre extrem del segment.

II. Mediatriu d'un segment

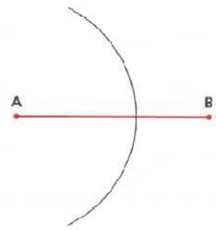
La **mediatriu** d'un segment és la recta perpendicular al segment que passa per aquest punt mitjà.

Cada punt de la mediatriu es troba a la mateixa distància dels extrems del segment.



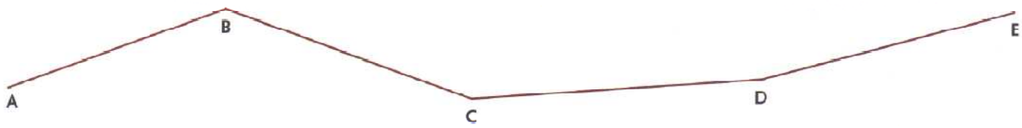
19. Traça la mediatriu del segment *AB*. Fes-ho així:

1. Amb una obertura del compàs més gran que la meitat de la longitud de *AB*, traça dos arcs, l'un amb origen a *A* i l'altre amb origen a *B*.
2. Uneix els dos punts d'intersecció dels dos arcs per mitjà d'una recta *r*.

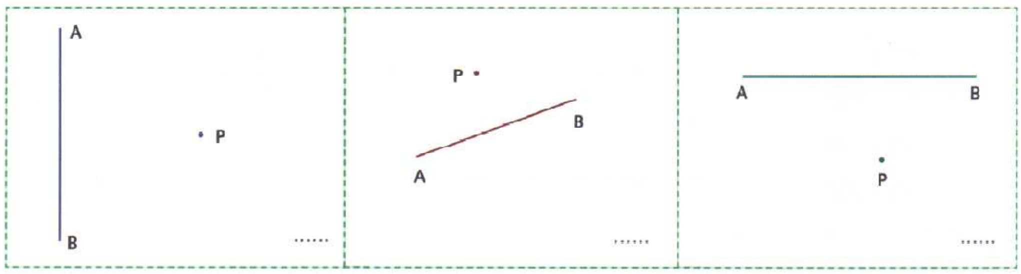


Tria un punt *C* de la mediatriu i comprova amb el compàs que el segment *AC* té la mateixa longitud que el segment *BC*.

20. Utilitza el mètode de construcció de la mediatriu d'un segment per traçar el punt mitjà de cadascun d'aquests segments concatenats:



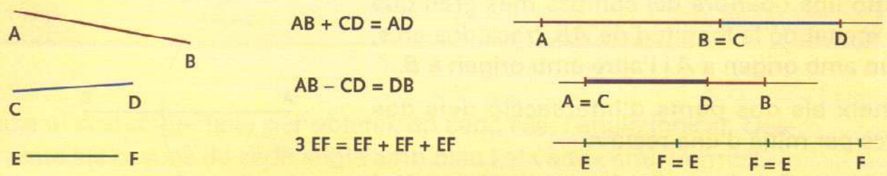
21. Traça, en cada cas, els segments *PA* i *PB* i esbrina si tenen la mateixa longitud. Determina així si el punt *P* és de la mediatriu del segment.



Tot seguit, traça dos punts que estiguin a la mateixa distància de *A* que de *B*.

I. Operacions amb segments

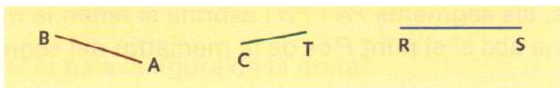
- Per sumar dos segments *AB* i *CD*, es transporten sobre una recta fent coincidir *B* i C. El segment *AD* és la suma *AB* + *CD*.
- Per restar dos segments *AB* i *CD*, es transporten sobre una recta fent coincidir *A* i *C* i de manera que el més petit quedi contingut en el més gran. El segment format pels altres extrems, *B* i *D*, és el segment diferència.
- Per multiplicar un segment *EF* per un nombre natural, se suma el segment tantes vegades com indica el nombre.



16. Donats els segments *PR* i *AS*, representa sobre la recta *t*:

a) *PR* + *AS*   b) *PR* – *AS*   c) 3*PR*   d) 2*AS* – *P*

17. Donats els segments *AB*, *CT* i *RS*, relaciona cada figura amb una operació:



a) 3*AB*

b) *CT* + *RS*

c) *RS* – *AB*

d) *RS* + *AB*

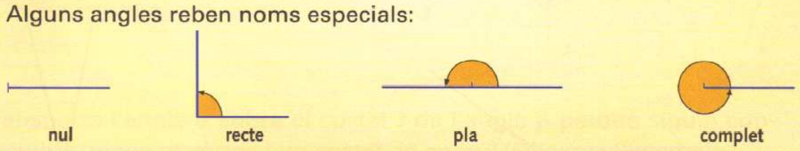
18. Donats els segments *AB* i *CT* de l'activitat anterior, digues quin d'aquests segments és 3*AB* – 2*CT*.

2. Els angles

Un **angle** és la regió del pla compresa entre dues semirectes amb el mateix origen.

Les semirectes són els **costats** de l'angle i l'origen comú, el **vèrtex**.

Alguns angles reben noms especials:



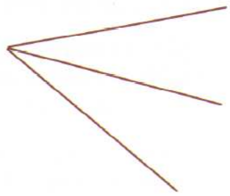
22. Dibuixa el costat que falta per obtenir, en cada cas, l'angle indicat. Després pinta els costats de cada angle amb blau i el vèrtex amb vermell.

23. Un angle és agut si és més petit que un de recte i és obtús si és més gran que aquest. Encercla amb blau els angles aguts i amb verd els obtusos:

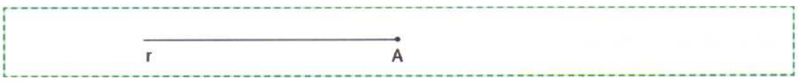
24. Quants angles aguts hi ha a la figura de la dreta? Descriu-los.

....

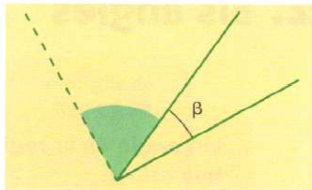
....



25. Dibuixa un angle pla que tingui la semirecta *r* com a costat i el punt *A* com a vèrtex:



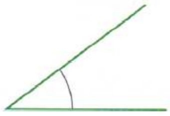
26. Les dues semirectes amb traç continu de la dreta determinen un angle agut β. La semirecta amb traç discontinu forma un angle recte amb una de les semirectes de traç continu i un d'agut amb l'altra. L'angle ombrejat és el complementari de β.



Representa l'angle complementari de cada un d'aquests:

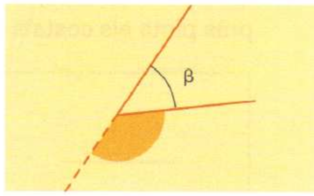
a

b



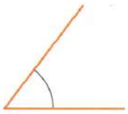
c

27. Les dues semirectes amb traç continu de la dreta són els costats de l'angle agut β. La semirecta amb traç discontinu forma un angle pla amb una de les semirectes de traç continu i un angle obtús amb l'altra. L'angle ombrejat és el suplementari de β.



Representa l'angle suplementari de cada un d'aquests:

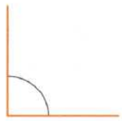
a



b

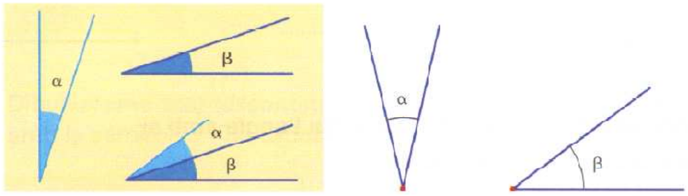
c

d

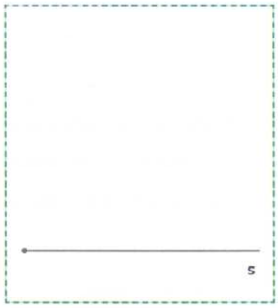


29. Transporta l'angle indicat sobre les semirectes *r*, *s* i *t* representades per aconseguir tres angles iguals a l'angle donat:

30. Transporta l'angle α sobre el costat *r* de l'angle β perquè siguin consecutius (tenen el vèrtex i un costat en comú). Observa l'exemple.

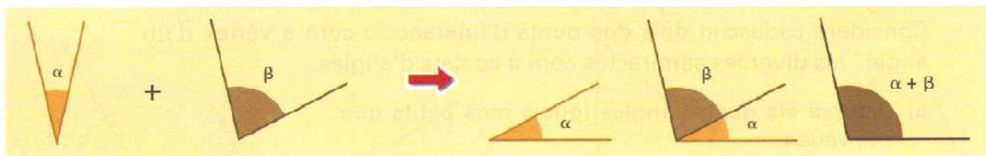


Transporta l'angle resultant sobre la semirecta *s* i indica'l com a angle θ. Aquest angle resultant, θ, és la suma dels angles donats: $\theta = \alpha + \beta$.



31. A cada apartat, dibuixa la suma dels dos angles que es presenten. Primer transporta un angle sobre la recta i després l'altre, de manera que formin angles consecutius.

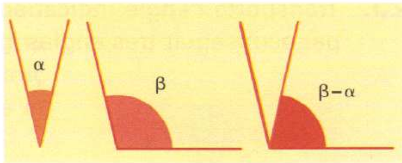
Fixa't en el model:



a)

b)

32. Si transportem un angle sobre un altre fent-ne coincidir el vèrtex i un dels costats, l'angle format pels costats no coincidents és la diferència dels dos angles (el més gran menys el més petit).



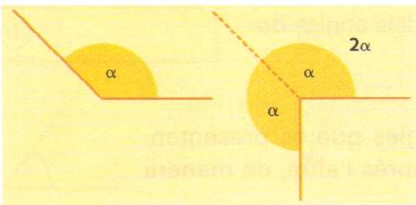
Fes aquestes restes. Anomena θ l'angle resultant.

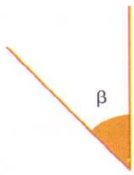
a)

b)

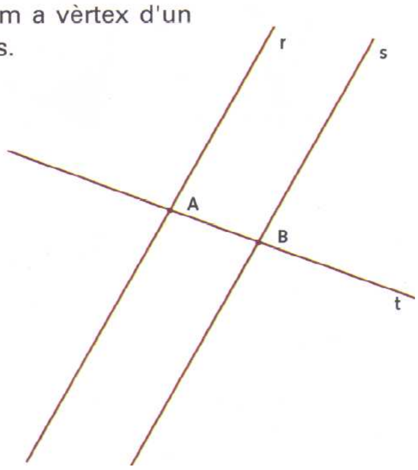
33. Per multiplicar un angle per un nombre enter, se suma l'angle amb si mateix tantes vegades com n'indica el nombre.

Dibuixa el doble i el triple de l'angle β:





34. La figura està formada per dues rectes paral·leles (*r* i *s*) i una secant *t*. Considera cadascun dels dos punts d'intersecció com a vèrtex d'un angle i les diverses semirectes com a costats d'angles.



a) Dibuixa els quatre angles iguals més petits que s'hi veuen.

b) Si sumes un dels angles més grans amb un dels més petits, quin tipus d'angle en resulta?

....

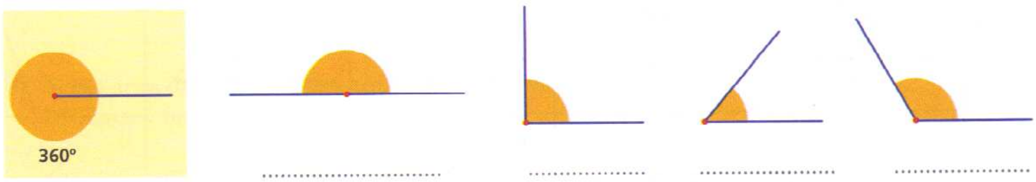
c) Dibuixa un angle pla de vèrtex *B* amb un costat sobre la semirecta de *t* que conté *A*.

d) Dibuixa l'angle obtús de vèrtex *A* que té un costat sobre la semirecta de *t* que conté *B*.

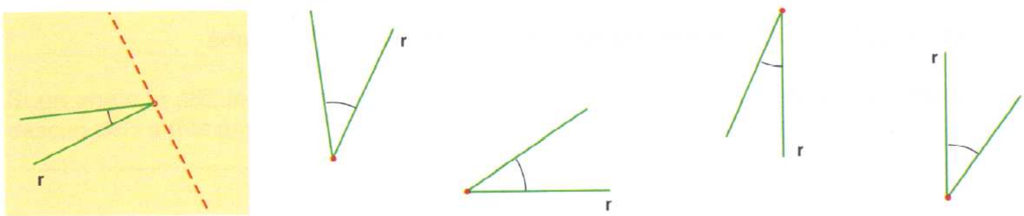
I. Mesura d'angles

La unitat sexagesimal de mesura d'angles és el **grau**. Un grau és la mesura de l'angle que s'obté de dividir un angle recte en 90 parts iguals. Se simbolitza amb 1°.

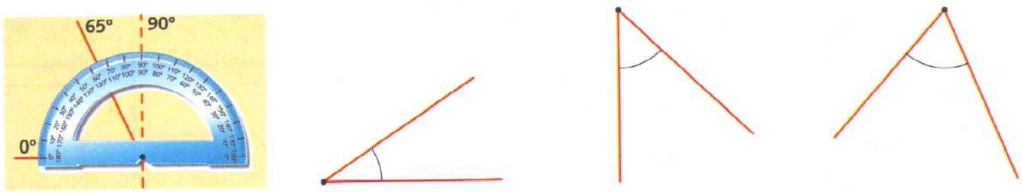
35. Relaciona les mesures de 50°, 90°, 120° i 180° amb aquests angles:



36. Dibuixa amb traç discontinu la recta que defineix dos angles de 90° amb la semirecta *r* de cadascun dels angles presentats.

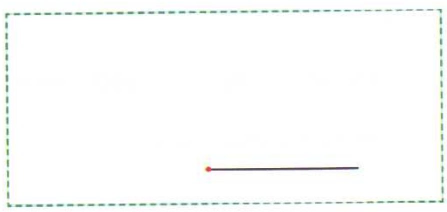


37. Obtén la mesura d'aquests angles amb l'ajuda d'un transportador. Recorda que has de col·locar el punt central del transportador sobre el vèrtex i fer-ne coincidir la línia zero amb una de les semirectes.



38. Amb l'ajuda d'un transportador d'angles, traça la semirecta que formi un angle de 75° amb la semirecta de la figura.

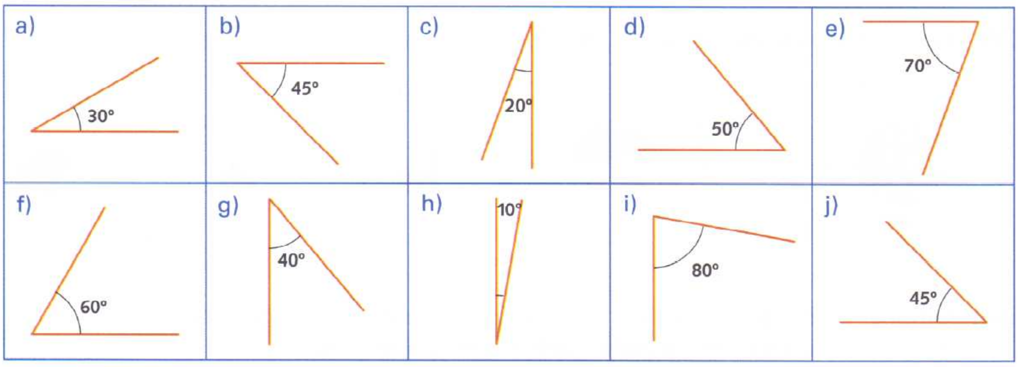
Assenyala, a cadascun dels costats de l'angle, el punt que determina amb el vèrtex un segment de 2 cm de longitud.



Dos angles són **complementaris** si la suma de tots dos és un angle **recte** (90°).

Dos angles són **suplementaris** si la suma de tots dos és un angle **pla** (180°).

39. Relaciona cadascun dels angles següents amb el seu complementari:

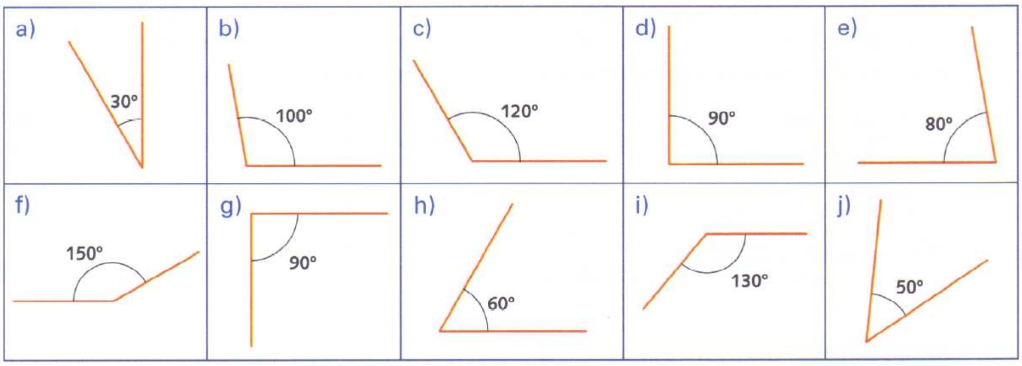


Els angles de a) i f) estan relacionats, perquè 30° + 60° = 90°. També

estan relacionats: ....

....

40. Relaciona cadascun dels angles següents amb el seu suplementari:



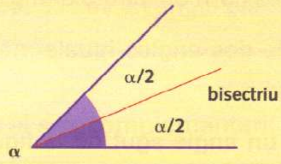
Els angles de a) i f) estan relacionats, perquè 30° + 150° = 180°. També estan relacionats: ....

....

II. Bisectriu d'un angle

La **bisectriu** d'un angle és la semirecta amb origen al vèrtex i que divideix aquest angle en dos angles iguals.

Cada punt de la bisectriu es troba a la mateixa distància dels costats de l'angle.

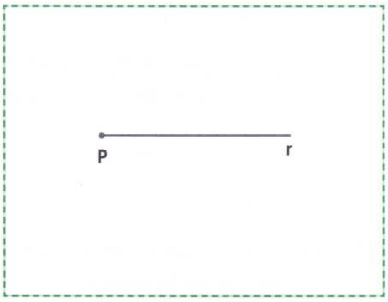


45. Dibuixa, amb l'ajuda del transportador d'angles, les dues semirectes (*s* i *t*) que formen, cadascuna, un angle de 60° amb la semirecta *r*.

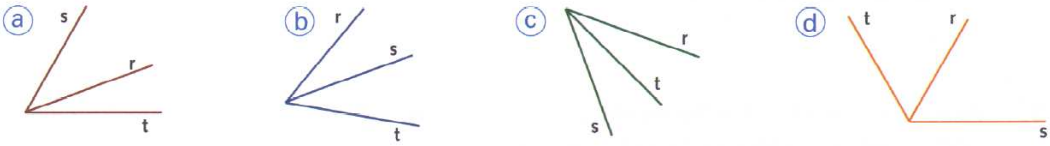
Quin angle formen les semirectes traçades?

....

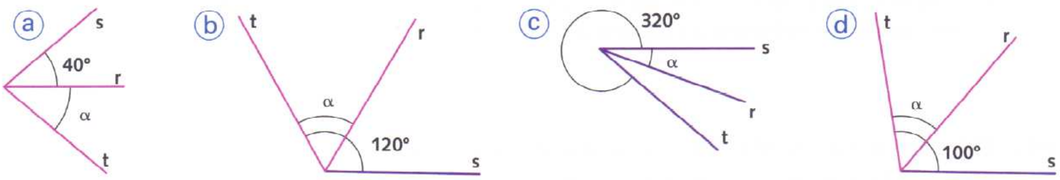
Fixa't que la semirecta *r* té l'origen a *P* i que divideix aquest angle en dues parts iguals.



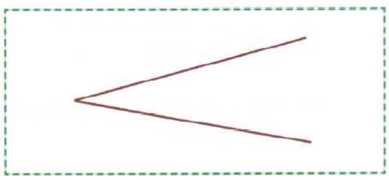
46. Fixa't en les tres semirectes de cada figura. Indica a quina figura la semirecta *r* pot ser la bisectriu de l'angle format per *s* i *t*.



47. En aquestes figures la semirecta *r* és la bisectriu de l'angle que té com a costats les semirectes *s* i *t*. Determina, en cada cas, la mesura de α.



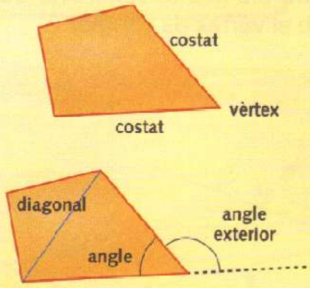
48. Dibuixa tres punts situats a la mateixa distància dels dos costats de l'angle.



3. Polígons

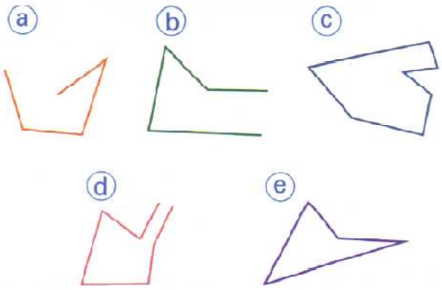
Un **polígon** és la regió del pla limitada per una línia poligonal tancada els segments de la qual només tenen en comú els extrems. Els segments s'anomenen **costats** i els extrems, **vèrtexs**.

- Les **diagonals** són els segments que uneixen dos vèrtexs no consecutius.
- Els **angles** d'un polígon són els angles que es formen a l'interior del polígon i estan determinats per dos segments consecutius.
- Els **angles exteriors** d'un polígon són els angles suplementaris dels angles interiors.



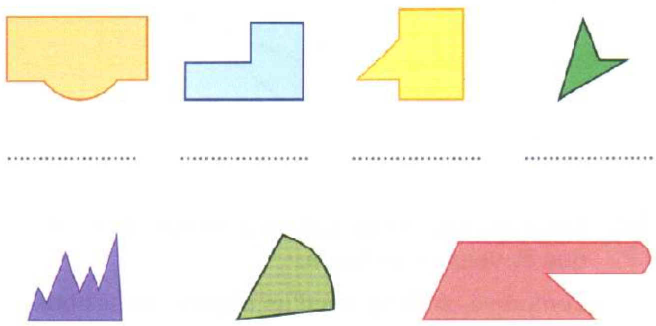
53. Fixa't en les línies poligonals de la dreta i completa la taula:

figura	tancada	n. de vèrtexs	n. de costats
a	no	5	4
b			
c			
d			
e			



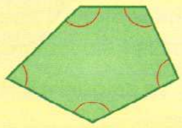
54. Identifica els polígons i anomena'ls segons el nombre de costats:

nom	n. de costats
triangle	3
quadrilàter	4
pentàgon	5
hexàgon	6
heptàgon	7
octàgon	8
eneàgon	9
decàgon	10

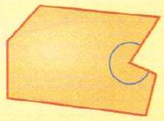


I. Polígons convexos

Segons els angles interiors, els polígons poden ser:



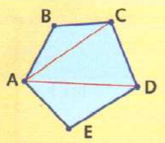
Convexos: angles més petits que 180°



Còncaus: algun angle més gran que 180°

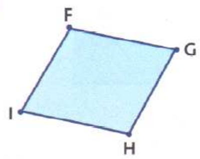
55. Identifica els polígons convexos:

56. Traça les diagonals que surten de *F* i *K* i completa:



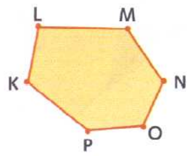
Costats: 5
Diagonals: 2
↓
Triangles: 3

ⓐ



Costats: .... → Triangles: ....
Diagonals: ....

ⓑ



Costats: .... → Triangles: ....
Diagonals: ....

REGLA

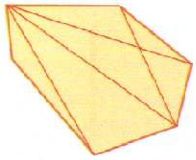
El nombre de diagonals que parteixen d'un vèrtex d'un polígon convex de n costats és $\boldsymbol{n-3}$ i el nombre de triangles formats és $\boldsymbol{n-2}$.

57. Completa la taula, tenint en compte que es tracta de polígons convexos:

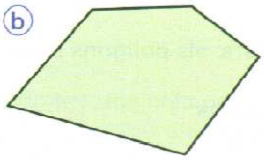
vèrtexs	costats	diagonals que surten d'un vèrtex	triangles formats
ABCD	4	1	2
ABCDEF			
ABCDEFG			

58. Traça totes les diagonals dels polígons convexos següents:

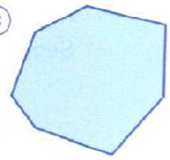
a



b



c



REGLA

El nombre de diagonals d'un polígon convex de n costats és la **meitat de $n \cdot (n-3)$**.

59. Quantes diagonals té un pentàgon? I un dodecàgon?

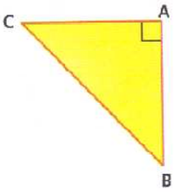
....

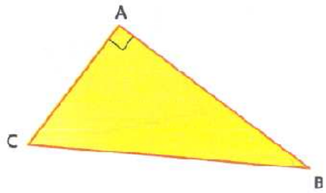
Recorda que...

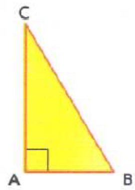
Un dodecàgon és un polígon de dotze costats.

60. Comprova que els triangles següents ABC són rectangles a $\hat{A}$. Obtén la mesura de $\hat{B}$ i $\hat{C}$ amb un transportador d'angles.

Quant val $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}$? ....







REGLA

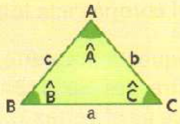
La suma dels angles d'un triangle és **180°**.

61. Completa la taula, sabent que es tracta de polígons convexos:

vèrtexs	costats n	diagonals $n \cdot (n-3)/2$	triangles formats per les diagonals d'un vèrtex $(n-2)$	suma d'angles interiors $(n-2) \cdot 180°$
ABCD	4	$4 \cdot 1/2 = 2$	2	$2 \cdot 180° = 360°$
ABCDE				
ABCDEF				
ABCDEFG				
ABCDEFGH				

II. Triangles

En general, designem amb *ABC* un triangle de costats *a*, *b* i *c* i angles $\hat{A}, \hat{B}$ i $\hat{C}$. Cada vèrtex i el seu costat oposat s'anomenen amb la mateixa lletra, el vèrtex amb majúscula i el costat amb minúscula.



Els triangles es poden classificar:

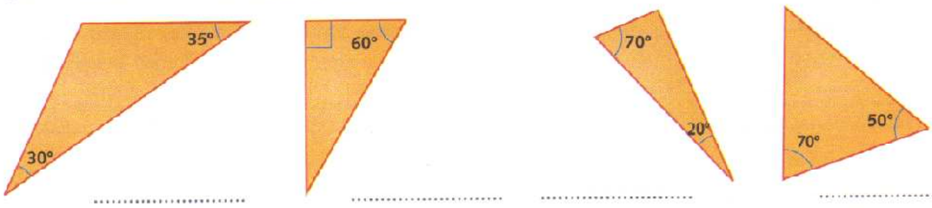
segons els costats		
		
equilàter	isòsceles	escalè

segons els angles		
		
acutangle	rectangle	obtusangle

62. Classifica els triangles següents en equilàters, isòsceles o escalens i indica la mesura de l'angle que falta:

....

63. Classifica els triangles següents en rectangles, acutangles o obtusangles i calcula la mesura de l'angle que falta:

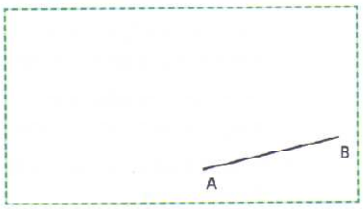


....

64. Construeix el triangle *ABC* isòsceles de manera que $\hat{A} = 120°$ i que els segments *AB* i *AC* tinguin la mateixa longitud.

Amb l'ajuda d'un transportador d'angles, calcula la mesura de $\hat{B}$ i de $\hat{C}$ i completa:

Un triangle isòsceles té .... angles iguals.



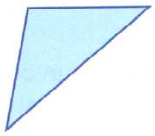
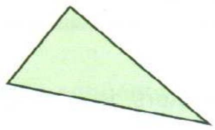
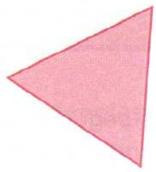
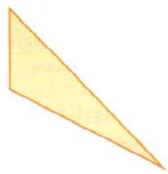
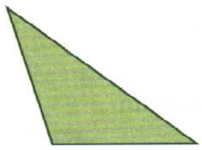
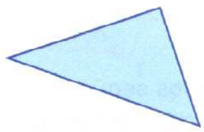
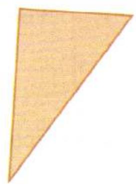
65. Amb l'ajuda d'un compàs, construeix el triangle *ABC* equilàter.

1. Obre el compàs a la longitud del segment *AB*.
2. Amb aquesta amplitud, traça un arc des de *A* i un altre des de *B*. El punt on es tallen tots dos arcs és el vèrtex *C*.

Mesura els angles del triangle i completa:

"Un triangle equilàter té .... angles iguals".

66. Classifica aquests triangles segons la longitud dels costats i els angles:

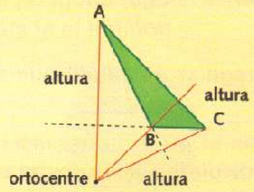
 isòsceles i acutangle			 ....
			 ....

67. Construeix el triangle *ABC* de costats 5 cm, 4 cm i 3 cm:

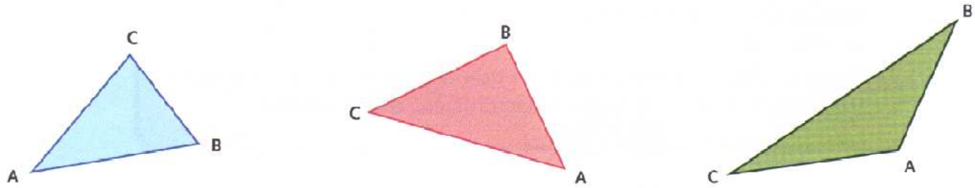
1. Traça un segment *AB* de 5 cm de longitud.
2. Obre el compàs amb una longitud de 4 cm i traça un arc amb centre al punt *B*.
3. Obre el compàs amb una longitud de 3 cm i traça un arc amb centre al punt *A*.
4. El punt on es tallen tots dos arcs és el vèrtex *C* del triangle.

L'**altura** corresponent a un costat d'un triangle és la recta perpendicular a aquest costat que passa pel vèrtex oposat.

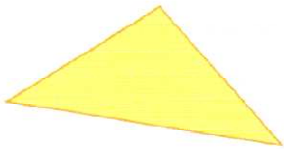
El punt on es tallen les tres altures s'anomena **ortocentre** del triangle.



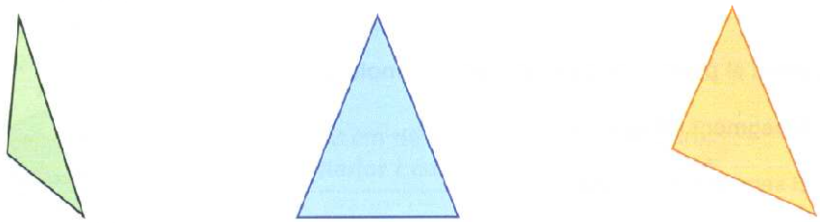
75. Traça l'altura corresponent al costat *AB* de cada triangle:



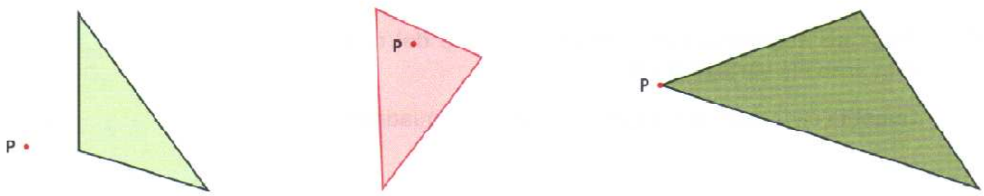
76. Traça les tres altures del triangle de la dreta. Assenyala'n l'ortocentre.



77. Traça l'ortocentre dels triangles següents:



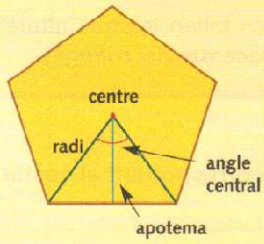
78. Comprova que *P* no és l'ortocentre dels triangles següents; per fer-ho, n'hi ha prou que en tracis dues altures.



III. Polígons regulars

Un polígon **regular** és aquell que té tots els costats i els angles iguals.

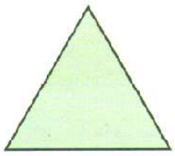
- El **centre** és el punt d'intersecció de les perpendiculars a cada costat traçades pel punt mitjà.
- El **radi** és el segment que uneix el centre amb un vèrtex.
- L'**apotema** és qualsevol dels segments que uneixen el centre amb el punt mitjà d'un costat.



- L'angle amb el vèrtex al centre i que té com a costats dos radis traçats des de dos vèrtexs consecutius és l'**angle central**.

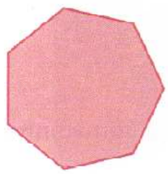
79. Per a cadascun dels polígons regulars següents determina:

a) La mesura d'un costat.
b) La mesura d'un angle.
c) El centre.
d) Una apotema.
e) Un radi.
f) Una diagonal.



l = ...
Â = ...

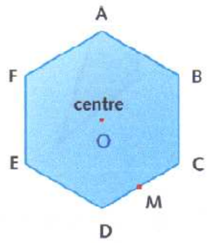
l = ...
Â = ...



l = ...
Â = ...

80. Observa el polígon regular següent i completa:

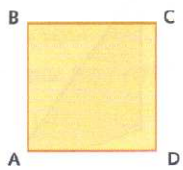
a) El segment *AB* és un ....
b) El segment *AC* és una ....
c) El segment *OC* és un ....
d) El segment *OM* és una ....



81. Traça els segments que uneixen el centre del quadrat amb els vèrtexs *A* i *B*.

Quant fa cadascun dels angles centrals d'un quadrat?

....

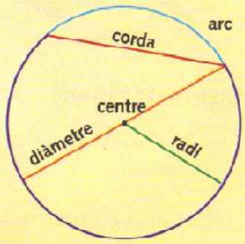


4. Circumferència

La **circumferència** és una línia corba, tancada i plana, els punts de la qual es troben a la mateixa distància d'un punt fix, anomenat **centre**.

- La distància de qualsevol punt de la circumferència al centre és el **radi**.
- El segment que uneix dos punts de la circumferència és una **corda**. Si passa pel centre, és un **diàmetre**.

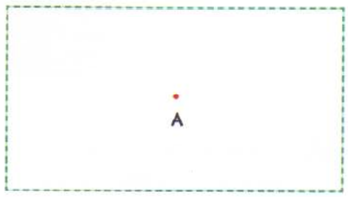
diàmetre = 2 · radi



86. Traça, amb l'ajuda d'un compàs, una circumferència d'1,4 cm de radi i amb centre a *A*.

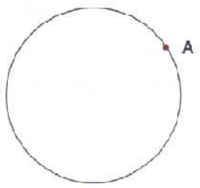
a) Quant fa el diàmetre? ....

b) Dibuixa'n un diàmetre i dues cordes.



87. Dibuixa una corda *AB* d'1,5 cm de longitud amb l'ajuda d'un regle i un compàs. Segueix aquests passos:

1. Obre el compàs 1,5 cm, fixa'n la punta sobre *A* i assenyala amb l'altre extrem un punt *B* de la circumferència.
2. Traça la corda *AB*.



88. Dibuixa el contorn d'una moneda de 2 euros.

a) Quina figura n'obtens?

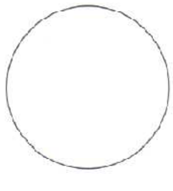
....

b) Dibuixa'n una corda de 2,5 cm de longitud i assenyala, amb un color diferent, els dos arcs que determina.

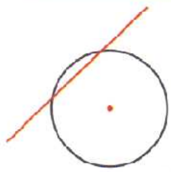
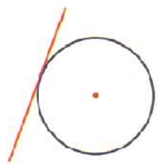
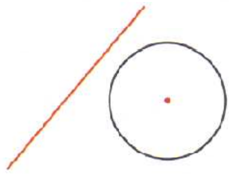
c) Pots dibuixar-ne una corda de 3 cm de longitud?

89. Marca sobre la circumferència quatre arcs iguals. Per fer-ho, traça dos diàmetres perpendiculars.

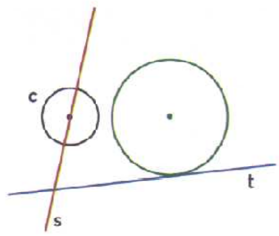
Quant fa la corda definida per un d'aquests arcs si el radi de la circumferència és d'1 cm?



I. Posicions relatives d'una circumferència i una recta

recta secant	recta tangent	recta exterior
		

90. Completa amb la informació de la figura:



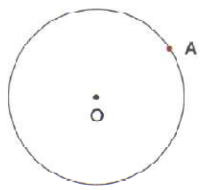
La recta *s* és .... a la circumferència *c*.

La recta *t* és .... a la circumferència *c*.

La recta *s* és .... a la circumferència *C*.

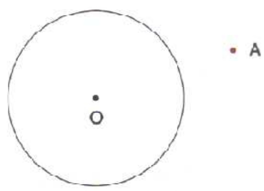
La recta *t* és .... a la circumferència *C*.

91. Traça la recta tangent a la circumferència que passi pel punt *A*. Segueix aquests passos:



1. Traça el radi *OA*.
2. Traça la recta que passi per *A* i sigui perpendicular al radi.

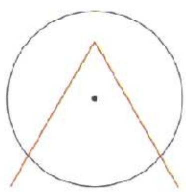
92. Traça una recta *r* tangent a la circumferència que passi pel punt *A*, i la recta *s* que passi per *A* i pel centre de la circumferència.



La recta *s* i la circumferència són ....

Les dues rectes són ....

93. Observa les dues semirectes i indica els dos punts, *P* i *Q*, en què tallen la circumferència.

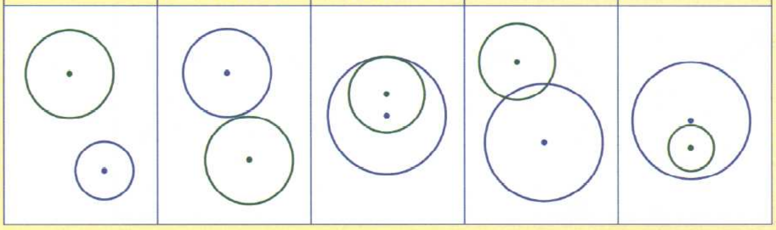


a) Dibuixa l'angle que formen les dues semirectes.

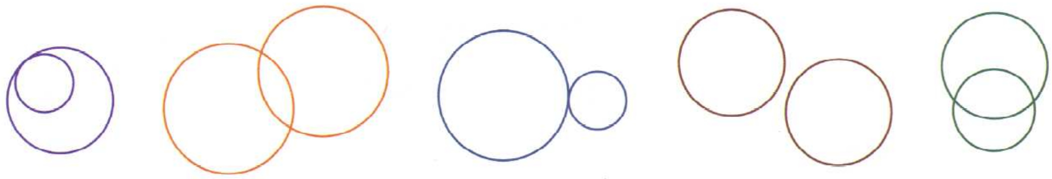
b) Assenyala l'arc més petit de la circumferència format pels punts *P* i *Q*.

II. Posicions relatives de dues circumferències

exteriors	tangents exteriors	tangents interiors	secants	interiors

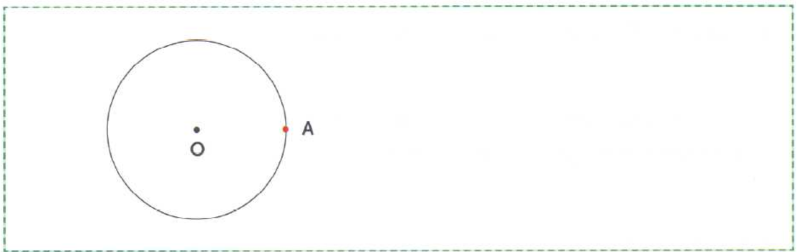


94. Determina la posició relativa de les dues circumferències en cada cas. Assenyala els punts que tenen en comú.

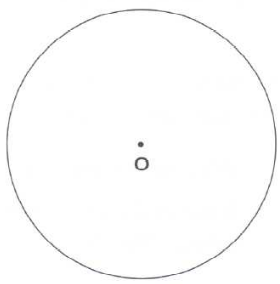


....

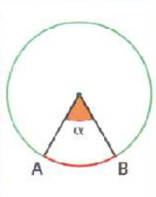
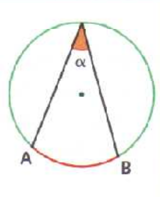
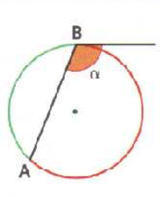
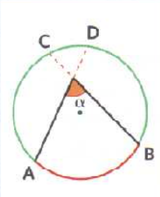
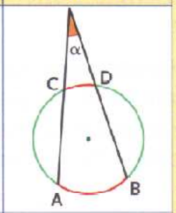
95. Dibuixa una circumferència de radi 1,5 cm tangent pel punt *A*.



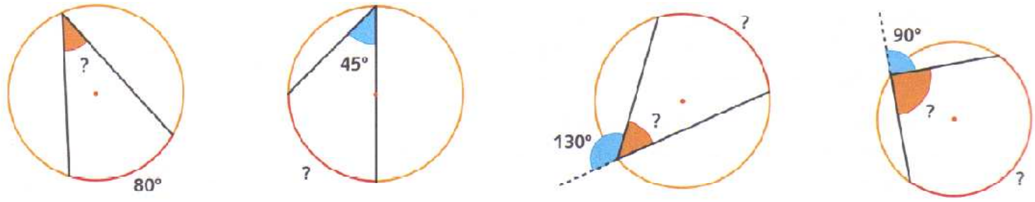
96. Dibuixa una circumferència de radi 1,5 cm concèntrica (amb el mateix centre) amb la de la figura.



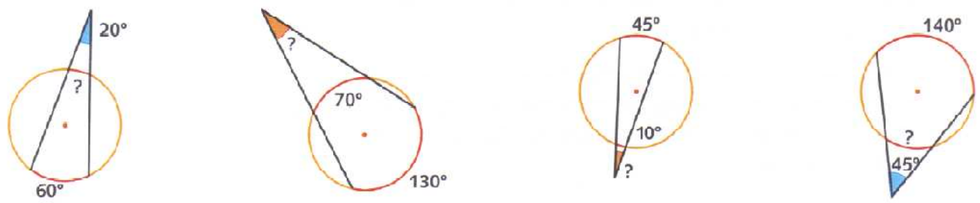
III. Angles a la circumferència

central	inscrit	semiinscrit	interior	exterior
				
$\alpha = \widehat{AB}$	$\alpha = \dfrac{\widehat{AB}}{2}$	$\alpha = \dfrac{\widehat{AB}}{2}$	$\alpha = \dfrac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$	$\alpha = \dfrac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$

97. Determina les mesures que es demanen en aquests angles inscrits:



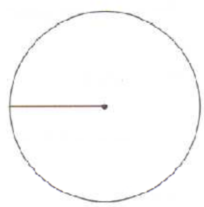
98. Determina les mesures que es demanen en aquests angles exteriors:



99. Amb l'ajuda d'un transportador d'angles, traça un angle central de 120° de manera que un dels costats sigui el radi que s'observa a la figura.

Quina és la mesura dels dos arcs que s'hi veuen?

....

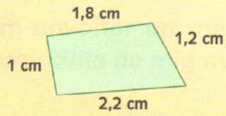


PERIMETRES I ÀREES

1. Perímetre d'un polígon

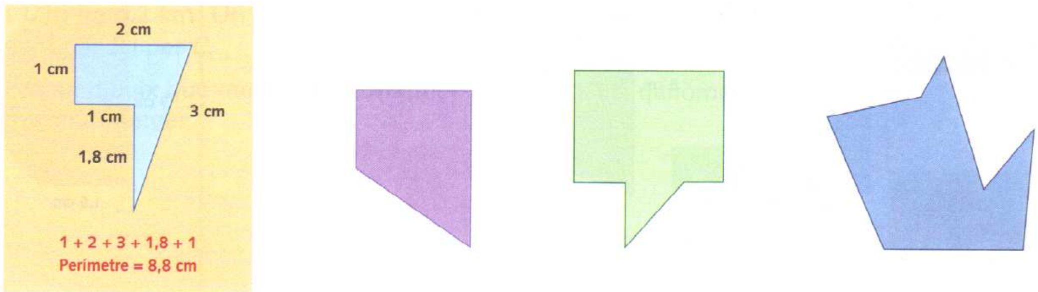
El **perímetre** d'un polígon és la suma de les longituds dels seus costats.

Exemple:

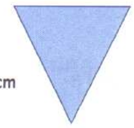
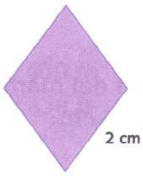
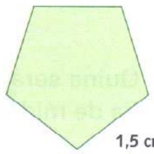
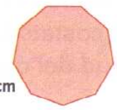
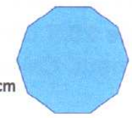


Perímetre = 1 cm + 2,2 cm + 1,2 cm + 1,8 cm =
= 6,2 cm

1. Amb l'ajuda d'un regle, calcula el perímetre d'aquests polígons.



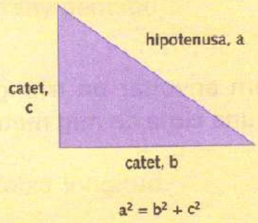
2. Cadascun d'aquests polígons té tots els costats iguals. Calcula'n els perímetres.

triangle equilàter	quadrat	rombe	pentàgon regular
2 cm  2 cm × 3 = 6 cm perímetre = 6 cm	2 cm 	 2 cm	 1,5 cm
heptàgon regular	**octàgon regular**	**eneàgon regular**	**decàgon regular**
1 cm 	0,8 cm 	0,6 cm 	0,57 cm 

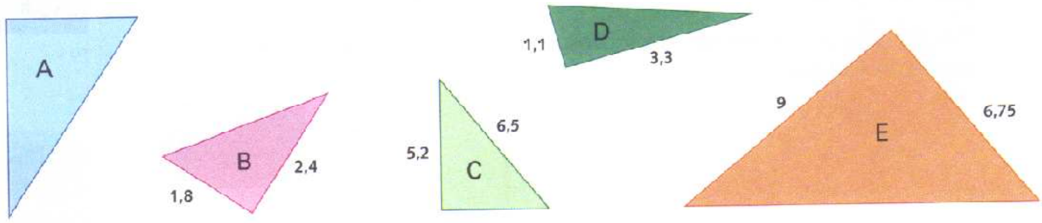
2. Teorema de Pitàgores

En un triangle rectangle:

- Els dos costats que formen l'angle recte s'anomenen **catets** i el costat oposat a l'angle recte, **hipotenusa.**
- Es compleix el **teorema de Pitàgores**: el quadrat de la longitud de la hipotenusa és igual a la suma dels quadrats de les longituds dels catets.



14. Observa els triangles següents:



a) Comprova que són rectangles i marca-hi l'angle recte.

b) Pinta amb vermell els catets de cada triangle i amb blau la hipotenusa.

c) A cada triangle, quin costat té la mesura més gran?

....

d) Completa la taula. Hem representat els catets amb *a* i *b* i la hipotenusa amb *h*.

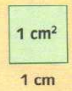
figura	*a* i *b*	$a^2 + b^2$	*h*	h^2
A	3 i 4	9 + 16 = 25	5	25
B				
C				
D				
E				

e) Com has trobat la longitud dels costats? ....

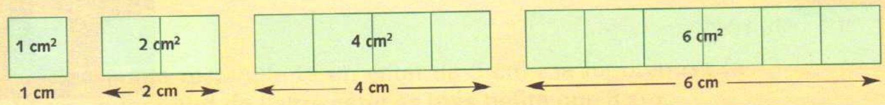
3. Àrees de polígons

L'**àrea** d'una figura és la mesura de la superfície que ocupa.

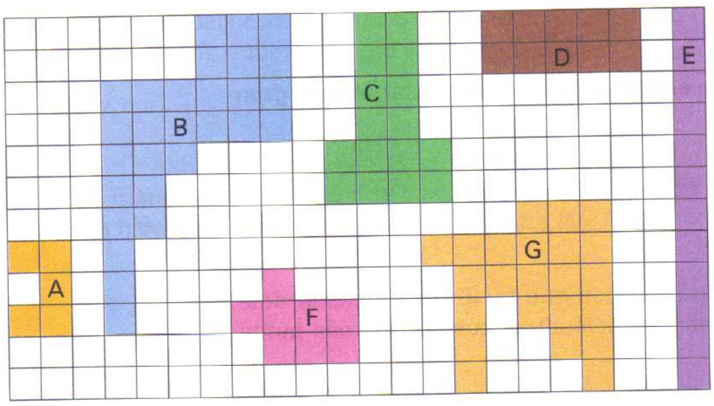
El centímetre quadrat és la mesura de la superfície que ocupa un quadrat d'un centímetre de costat.



Exemples:



21. Calcula l'àrea d'aquestes figures, si cada quadrat representa 1 cm^2.



A = ... cm^2

B = ...

C = ...

D = ...

E = ...

F = ...

G = ...

22. Dibuixa un quadrat de 2 cm de costat i divideix-lo en quadrats d'1 cm de costat. Tingues en compte el quadrat gran i digues:

a) Quants quadrats d'1 cm^2 d'àrea conté → ....

b) Quina és l'àrea del quadrat gran → ....

REGLA

L'àrea d'un quadrat de costat c és: $A = c \cdot c = c^2$

23. Calcula el perímetre, expressat en centímetres, i l'àrea, expressada en centímetres quadrats, d'un quadrat de 0,3 dm de costat.

24. Observa els quadrilàters següents dibuixats sobre una quadrícula de 0,8 cm de costat. Completa les informacions referents a les àrees.

a) La figura A té una àrea de .... cm^2.

b) La figura B ocupa .... quadrats i, per tant, la seva àrea és .... cm^2.

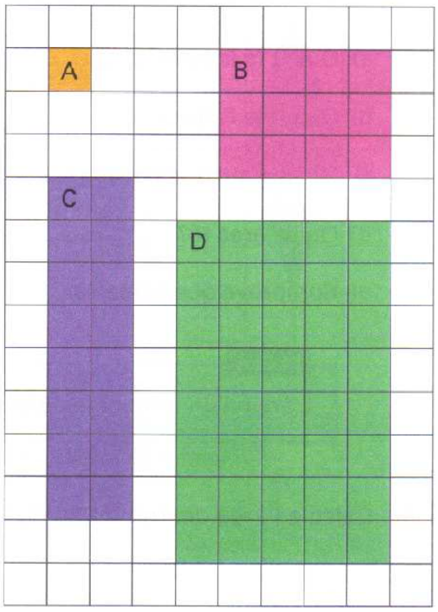
Aquesta figura fa .... cm de base .... cm d'altura.

c) La figura C ocupa .... quadrats i, per tant, la seva àrea és .... cm^2.

Aquesta figura fa .... cm de base per .... cm d'altura.

d) La figura D ocupa una àrea de .... cm^2.

Fa .... cm de llargada i .... cm d'amplada.



Comprova, en cada cas, que el valor de l'àrea coincideix amb el producte de la longitud de la base per la de l'altura.

REGLA

L'àrea d'un rectangle de base b i altura h és: $A = b \cdot h$

25. Construeix un rectangle de dimensions 0,5 dm × 0,15 dm.

a) Quants centímetres de corda necessites per envoltar-lo?

b) Quina mesura de la superfície ocupa?

26. La caràtula d'un CD-R té unes dimensions de 13 cm d'amplada per 12,5 cm de llargada. Quant paper es necessita per fer-la?

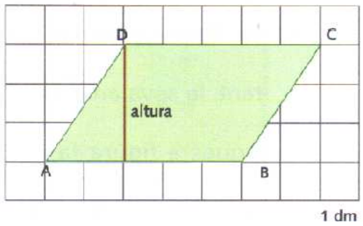
27. Observa el romboide següent. Considera el costat *AB* com a base i la perpendicular a la base, traçada des d'un vèrtex de l'altre costat paral·lel, com a altura.

a) Quant fa la base? ....

b) Quant fa l'altura? ....

c) Quants quadrats ocupa? ....

d) Quina àrea té? ....

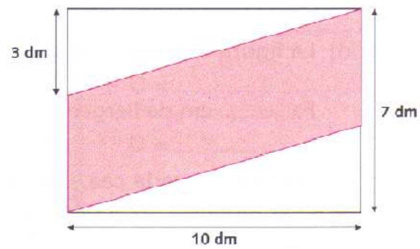


e) Comprova que l'àrea és:

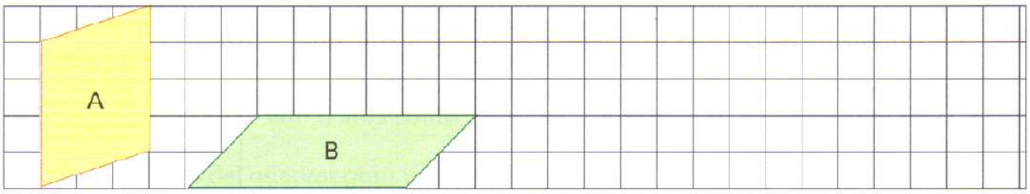
REGLA

L'àrea d'un romboide de base *b* i altura *h* és: $A = b \cdot h$

28. Calcula l'àrea del romboide de la dreta.

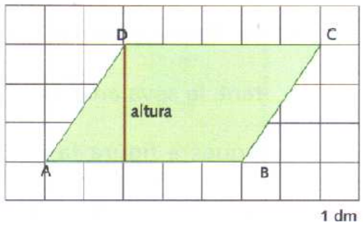


29. Comprova que aquests romboides tenen la mateixa àrea. Dibuixa dos romboides més amb la mateixa àrea.



30. Amb l'ajuda d'un regle, dibuixa un romboide de 12 cm² d'àrea i 4 cm de base.

27. Observa el romboide següent. Considera el costat *AB* com a base i la perpendicular a la base, traçada des d'un vèrtex de l'altre costat paral·lel, com a altura.



a) Quant fa la base? ....

b) Quant fa l'altura? ....

c) Quants quadrats ocupa? ....

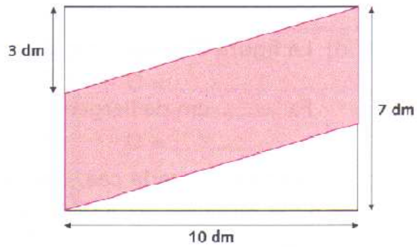
d) Quina àrea té? ....

e) Comprova que l'àrea és:

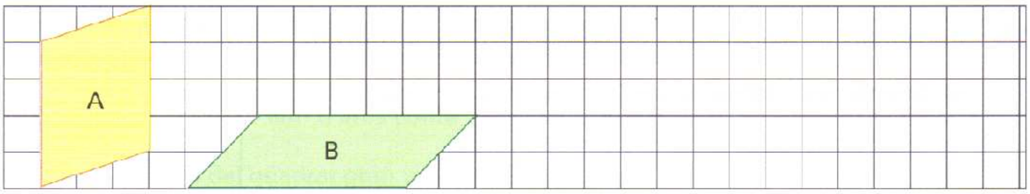
REGLA

L'àrea d'un romboide de base *b* i altura *h* és: $A = b \cdot h$

28. Calcula l'àrea del romboide de la dreta.

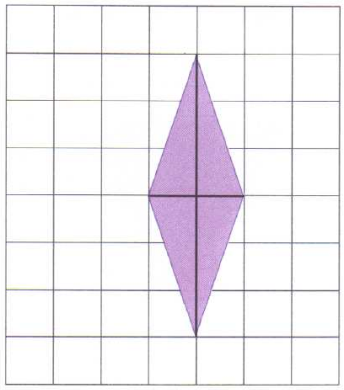


29. Comprova que aquests romboides tenen la mateixa àrea. Dibuixa dos romboides més amb la mateixa àrea.



30. Amb l'ajuda d'un regle, dibuixa un romboide de 12 cm² d'àrea i 4 cm de base.

31. Observa la figura de la dreta.



a) Quin polígon és? ....

b) Quant fan les diagonals? ....

c) Si retalles la figura per les diagonals i combines els triangles de manera que formin un rectangle, quines mides té aquest?

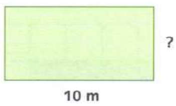
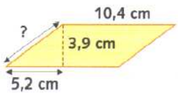
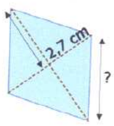
....

d) Quina és l'àrea de la figura? ....

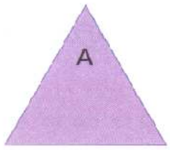
e) Comprova que l'àrea és la meitat del producte de les diagonals i completa:

> **REGLA**
>
> L'àrea d'un .... de diagonal major D i diagonal menor d és: $A = \dfrac{D \cdot d}{2}$

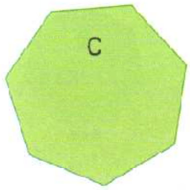
32. Completa la taula següent:

figura	nom	perímetre	àrea
		$P = 30$ m	
			$A = 81$ dm^2
		Nota: Fes servir Pitàgores	
		$P = 18$ cm	Nota: Fes servir Pitàgores

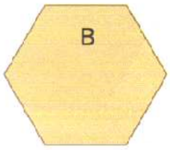
50. Anomena cadascun dels polígons regulars següents, determina'n el centre i traça-hi una apotema.



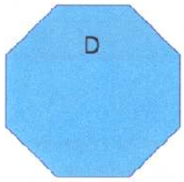
....



....



....



....

a) Completa la taula. Mesura amb el regle les longituds que es demanen.

figura	costat	nombre de triangles iguals	apotema	àrea d'un triangle	àrea del polígon
A	3 cm				
B			1,7 cm		
C	1,2 cm				
D					

b) Comprova que l'àrea de cadascun dels polígons s'obté també aplicant aquesta regla:

REGLA

L'àrea d'un polígon regular és: $A = \dfrac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$

Perímetre de la figura A ....; $\dfrac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$ = ...

Perímetre de la figura B ....; $\dfrac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$ = ...

Perímetre de la figura C ....; $\dfrac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$ = ...

Perímetre de la figura D ....; $\dfrac{\text{perímetre} \cdot \text{apotema}}{2}$ = ...

51. Relaciona cada fila de la taula amb un d'aquests polígons regulars i completa-la incloent-hi les dades següents:

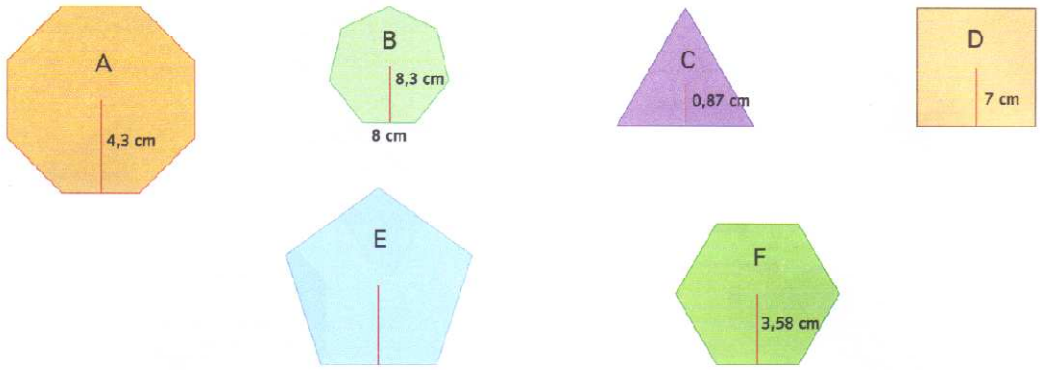
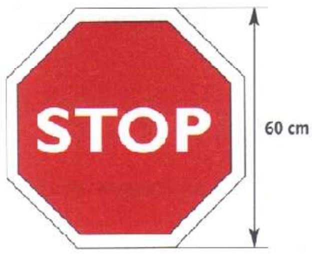


figura	nom	costat	apotema	perímetre	àrea
	heptàgon				
				9 cm	
			16,24 cm	118 cm	
					42,96 cm^2
		5 cm			
					l^2 = ...

Primera fila: l'heptàgon és la figura B; el costat fa 8 cm i l'apotema fa 8,30 cm; el perímetre fa 7 · 8 cm = 56 cm.

$$\text{Àrea} = \frac{56\text{ cm} \cdot 8{,}30\text{ cm}}{2} = 232{,}4\text{ cm}^2$$

52. Calcula l'àrea d'aquest senyal de trànsit, sabent que el costat fa 24,8 cm i que té una altura aproximada de 60 cm.



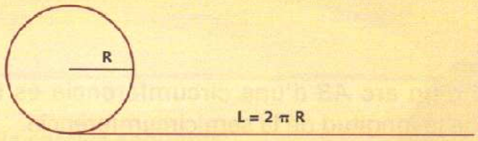
4. Circumferència i cercle

I. Longitud d'una circumferència

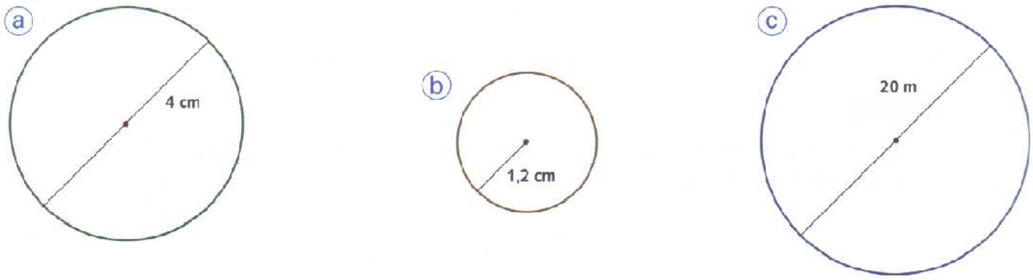
La longitud d'una circumferència de radi R és:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot R$$

essent $\pi \simeq 3{,}14$.

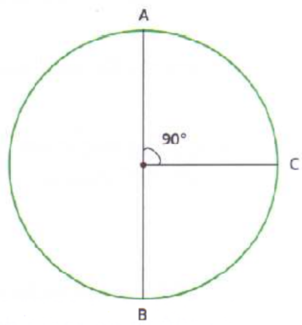


53. Traça un radi a cadascuna de les circumferències i determina'n la mida. Després, calcula la longitud aproximada de cada circumferència.



....

54. Calcula les longituds dels arcs següents:



a) AA (circumferència): $L = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 =$ .... cm

b) AB (semicircumferència): $\dfrac{L}{2} =$ ....

c) AC (quadrant):

d) Descriu un procediment per calcular la longitud d'un arc de 60° (sisena part de la circumferència).

....

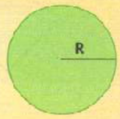
....

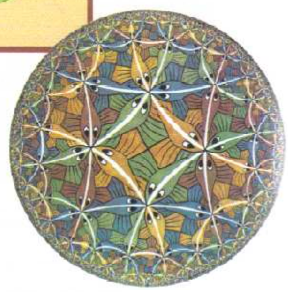
II. Àrea d'un cercle

Un **cercle** és la part del pla limitada per una circumferència.

L'**àrea d'un cercle** de radi R és:

$$A = \pi \cdot R^2$$

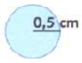




Límit circular III, *M. C. Escher.*

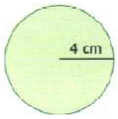
60. Calcula l'àrea de cadascun dels cercles següents:

a)



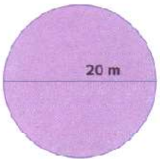
Àrea = $3{,}14 \cdot (0{,}5 \text{ cm})^2$ = ... cm^2

b)



Àrea =

c)



Àrea =

61. Calcula la mida del radi d'una circumferència de 62,8 cm de longitud. Quant fa el diàmetre?

Quina és l'àrea del cercle determinat per la circumferència?

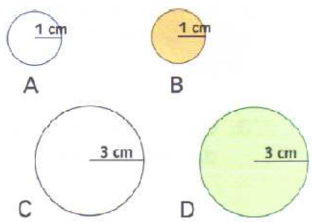
62. Relaciona cadascuna de les informacions següents amb la figura corresponent:

a) La seva longitud és inferior a 18 cm → figura ....

b) La seva àrea és més gran que 28 cm^2 → figura ....

c) Té una longitud superior a 9 cm → figura ....

d) La seva àrea és més petita que 4 cm^2 → figura ....



TAULES

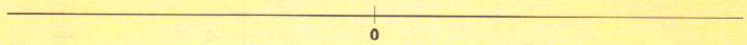
I

GRÀFICS

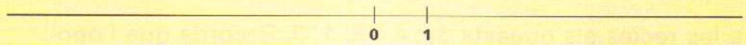
1. Punts

Una **recta graduada** és el resultat de fer damunt d'una recta aquest procés:

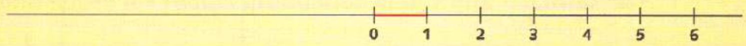
- S'hi fixa un punt d'origen on es representa el zero.



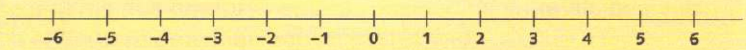
- Es pren un segment com a unitat de mesura i se situa sobre la recta de manera que l'extrem esquerre coincideixi amb l'origen: l'extrem dret indica el nombre 1.



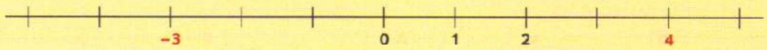
- Cap a la dreta del zero es repeteix la unitat de mesura per representar els nombres naturals successius.



- Es procedeix de la mateixa manera cap a l'esquerra del zero: les diferents divisions serveixen per representar els nombres enters negatius.



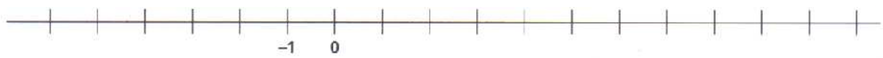
1. Representa en cada cas els nombres –3 i 4. Segueix el model:



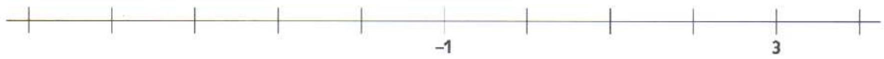
– Ens situem a la dreta del zero i hi assenyalem l'1 a la mateixa distància del 0 i del 2.

– Per representar el nombre 4, prenem quatre vegades la unitat de mesura cap a la dreta del zero, perquè és positiu.

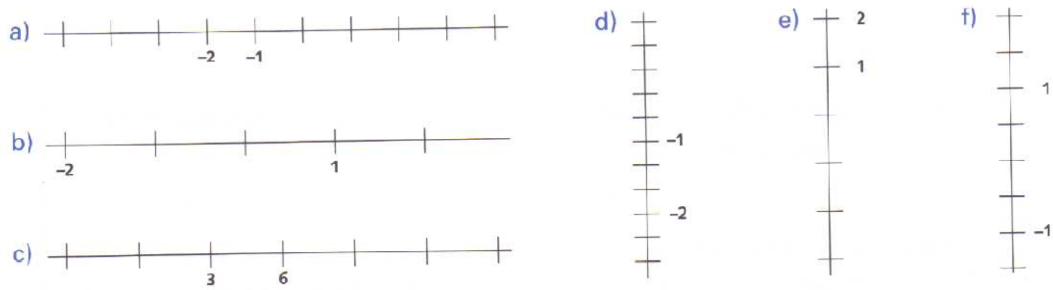
– Per representar el nombre –3, prenem tres vegades la unitat de mesura cap a l'esquerra del zero, perquè és negatiu.

a) 

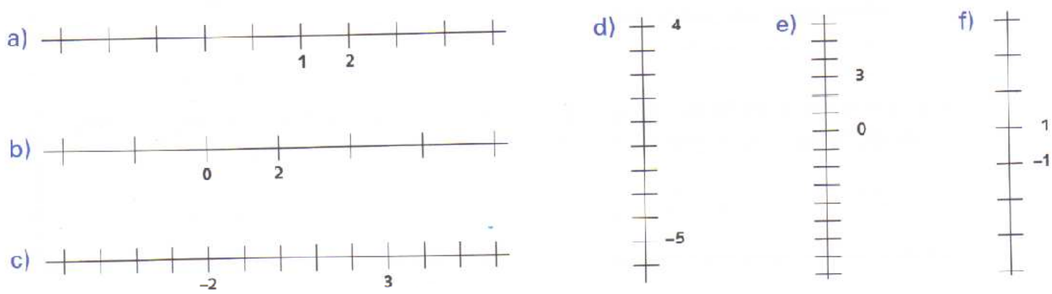
b) 

c) 

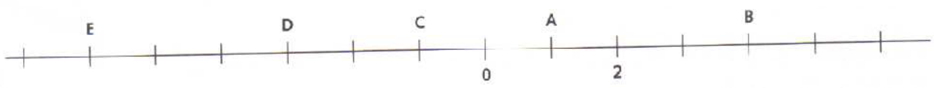
2. Assenyala l'origen d'aquestes rectes graduades mitjançant el punt 0:



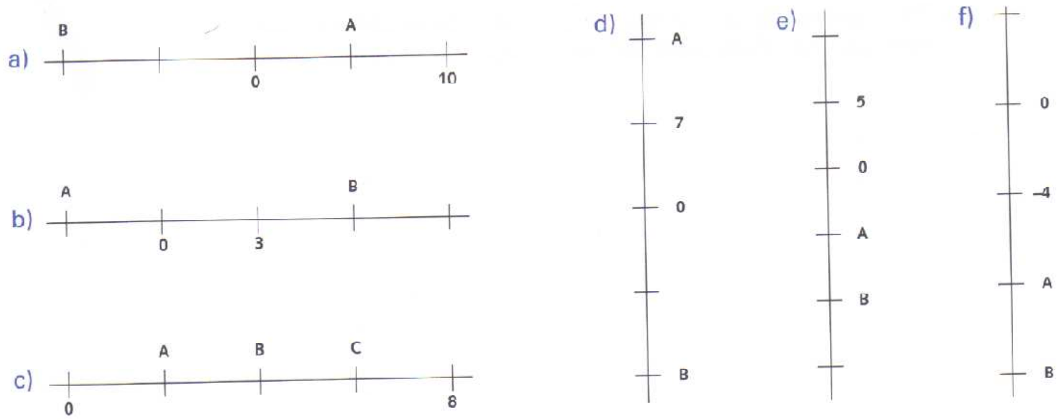
3. Assenyala a les rectes els oposats de: 4, –5, 1, 0. Recorda que l'oposat d'un nombre és aquest mateix nombre però amb el signe canviat.



4. Escriu els nombres representats pels punts A, B, C, D i E:



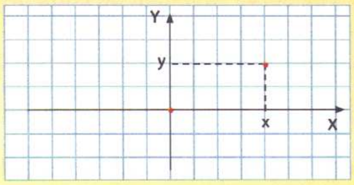
5. Indica els nombres representats pels diversos punts:



2. Coordenades cartesianes

Uns **eixos de coordenades cartesianes** són dues rectes graduades perpendiculars i amb el mateix origen.

- La **recta horitzontal** és l'eix ***X*** o **eix de les abscisses.**
- La **recta vertical** és l'eix ***Y*** o **eix de les ordenades.**
- El punt d'intersecció és l'**origen de coordenades.**



Cada punt del pla porta associat un parell ordenat de nombres (x, y). Aquestes són les **coordenades cartesianes** del punt. La primera coordenada, x, és l'**abscissa** del punt i la segona, y, l'**ordenada**.

15. Observa els eixos de coordenades de la dreta i respon:

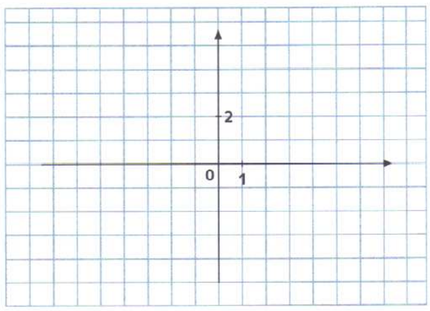
a) Quin és l'origen de coordenades? ....

b) Quina unitat de mesura s'ha fet servir a l'eix X o de les abscisses? ....

c) Quina unitat de mesura s'ha fet servir a l'eix Y o de les ordenades? ....

d) Gradua l'eix de les abscisses des de −3 fins a 4.

e) Gradua l'eix de les ordenades des de −4 fins a 6.

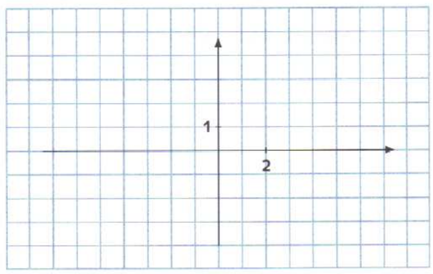


16. Observa els eixos de coordenades de la dreta i fes les activitats següents:

a) Representa sobre l'eix de les abscisses (X) el nombre −2 i sobre l'eix de les ordenades (Y) el nombre 3.

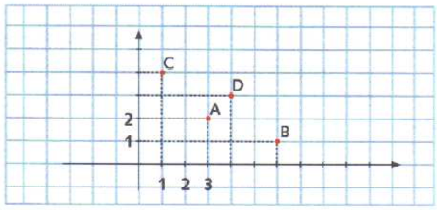
b) Determina sobre quins eixos es troben situats els punts representats. Escriu els punts corresponents.

....



17. Cap dels tres punts del gràfic no es troba situat sobre un eix de coordenades. Per arribar al punt A hem de separar-nos de l'origen tres unitats sobre l'eix *X* i després pujar dues unitats. D'aquesta manera identifiquem el punt A amb el parell de nombres (3, 2).

Identifica els altres punts del gràfic per mitjà d'un parell de nombres; escriu sempre en primer lloc la situació horitzontal:



B = (......, ...) C = (......, ...)

D = (......, ...) E = (......, ...)

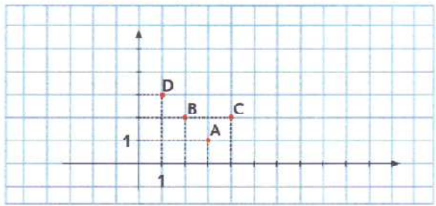
18. Relaciona els punts A, B, C i D del gràfic amb aquests parells:

(1, 3) → ....

(2, 2) → ....

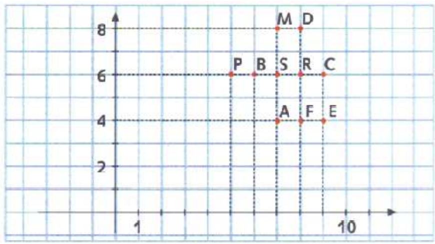
(3, 1) → ....

(4, 2) → ....



19. Al gràfic de la dreta s'hi han representat les notes de matemàtiques i d'anglès obtingudes per deu dels millors alumnes d'una classe.

Les notes de matemàtiques s'han representat a l'eix de les abscisses i les d'anglès, a l'eix d'ordenades.



a) Escriu les notes de cada alumne.

alumne	A	B	C	D	E	F	M	P	R	S
matemàtiques										
anglès										

b) Quina ha estat la millor nota en matemàtiques? .... I en anglès? ....

c) Quins alumnes han aconseguit la mateixa nota en totes dues assignatures? ....

d) Quins alumnes tenen més bona puntuació en matemàtiques que en anglès? ....

e) Quins alumnes tenen un punt més en anglès que en matemàtiques? ....

f) Quins alumnes tenen una nota superior a 5 en anglès? ....

3. Taules

Una taula és una llista de dades classificades, ordenades i relacionades les unes amb les altres en files i columnes.

Una taula consta de:

- Capçalera, que descriu quins tipus de dades s'hi anotaran.
- Cos, on s'escriuen les dades de manera ordenada.

Les caselles de la taula que es troben en una mateixa vertical formen una **columna** i les d'una mateixa línia horitzontal, una **fila.**

Exemple:

				→ capçalera
1a fila →				cos
2a fila →				
	1a columna	2a columna	3a columna	

26. Un cirurgià de traumatologia té anotada aquesta informació:

- El pacient Joan Carrera ha de ser operat del turmell a les 7 del matí.
- El pacient Lluís Vilada ha de ser operat de menisc a la tarda, sobre les 18 h.
- El pacient Antoni Pou necessita una operació de clavícula; si no hi ha complicacions, es prepara el quiròfan per a aquesta operació a les 11 h.

a) Ordena a la taula la informació de l'agenda. Fes servir tres files, una per a cada intervenció.

començament	intervenció	pacient

a) De què ens informa la cel·la corresponent a la segona fila de la tercera columna? ....

....

b) A quina casella es pot llegir l'hora de començament de la tercera intervenció? ....

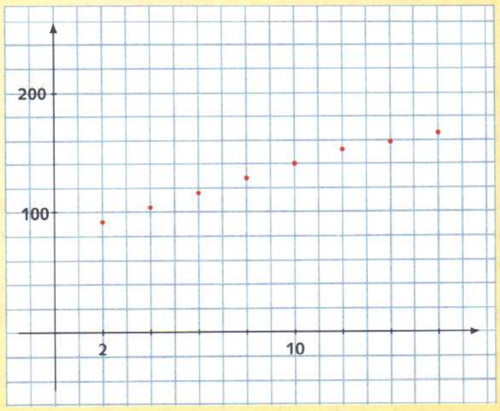
....

4. Gràfics

Les dades d'una taula es poden representar en un sistema d'eixos de coordenades. Per fer-ho, s'associa a cada parell de valors de la taula el punt que té com a abscissa el primer valor i com a ordenada el segon.

Exemple:

edat (anys)	altura (cm)
2	92
4	104
6	116
8	128
10	140
12	152
14	159
16	166



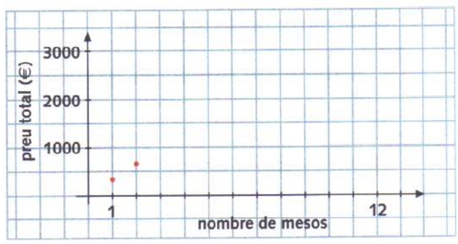
48. El preu del lloguer d'un pis depèn dels mesos de lloguer:

1 mes, 350 €; 2 mesos, 650 €; un trimestre, 900 €;
entre 4 i 7 mesos, 250 €/mes; més de 7 mesos, 200 €/mes

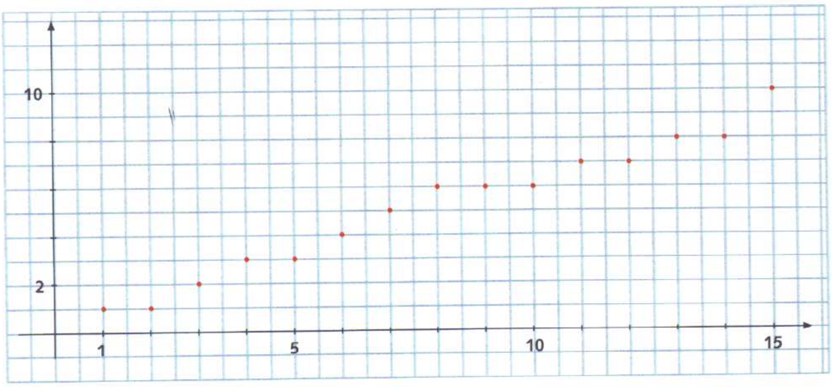
a) Construeix una taula que reculli el preu total per a un lloguer des d'1 mes fins a 12 mesos.

b) Completa el gràfic de la dreta amb les dades de la taula.

A l'eix de les abscisses hi hem situat el nombre de mesos de contracte i a l'eix de les ordenades, el preu total.



49. Aquest gràfic relaciona el nombre de partits jugats per un equip i el nombre de victòries:



Per exemple, quan s'acaba el tercer partit (3 sobre l'eix d'abscisses), l'equip porta dos partits guanyats (2 sobre l'eix d'ordenades) i, per tant, n'ha perdut un.

a) Completa la taula següent amb la informació del gràfic:

partit	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
guanya	✔		✔												
perd		✔													

b) En quins partits ha perdut? ....

c) Quantes victòries porta acumulades quan acaba el partit número 13? ....

d) Quants partits ha hagut de jugar per aconseguir sis victòries? ....

I per superar les sis victòries? ....

50. En Joan té un saldo de 5 € al seu mòbil el dilluns. Completa el gràfic si:

- Dimarts ingressa 3 € i aconsegueix tenir 8 € aquest dia.
- Dimarts no fa servir el mòbil.
- A partir de dimecres gasta 2 € diaris.

Quan arriba a un saldo nul?

....