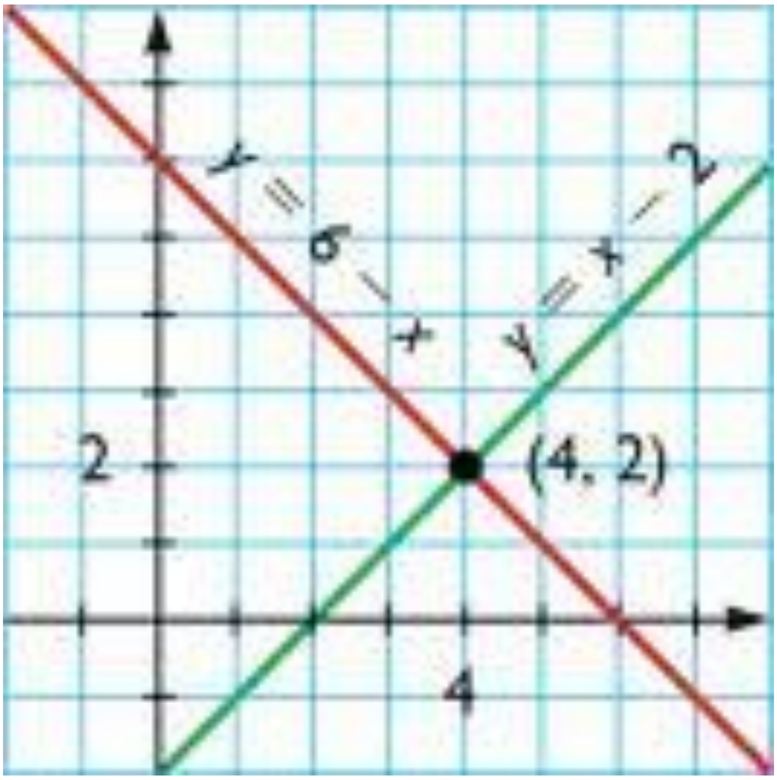
UNITAT 3: SISTEMES D’EQUACIONS



1. EQUACIONS DE PRIMER GRAU AMB DUES INCÒGNITES

L'equació x + y = 3 és una equació de primer grau amb dues incògnites : x i y . Per calcular les solucions escollim un valor qualsevol per a la incògnita x , substituïm la x per aquests valor i calculem el valor de la y. Així obtindrem parelles de nombres que són possibles solucions de l'equació. Aquestes solucions les col·loquem en una taula de valors

Exemple 1:

Calculem les possibles solucions de l'equació $x + y = 3$

Per a facilitar el càlcul aïllem la incògnita y

$y = 3 - x$

Quan $x=1$ tenim que $y = 3 - 1 = 2$

Quan $x=2$ tenim que $y = 3 - 2 = 1$

I així successivament. Si escrivim tot això en una taula de valors tenim:

X	Y
1	2
2	1
3	0
4	-1
0	3
-1	4
-2	5

Exemple 2:

Calculem les possibles solucions de l'equació $-x - y = 5$

Aïllem la y i ens queda: $-y = 5 + x$

Canviem el signe dels termes de l'equació per fer la y positiva.

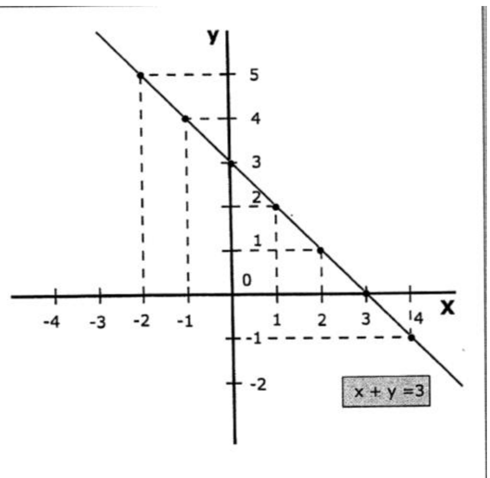
$y = -x - 5$

X	Y
1	-6
2	-7
0	-5
-1	-4
-2	-3

1.1 REPRESENTACIÓ GRÀFICA D'EQUACIONS DE PRIMER GRAU AMB DUES INCÒGNITES

Recordem que una taula de valors es pot representar en uns eixos de coordenades cartesianes .Cada parell de solucions és un punt de la gràfica. Tornem a l'equació x + y = 3 del primer exemple , recuperem la taula de valors i representem els punts.

x	y
1	2
2	1
3	0
4	−1
0	3
−1	4
−2	5

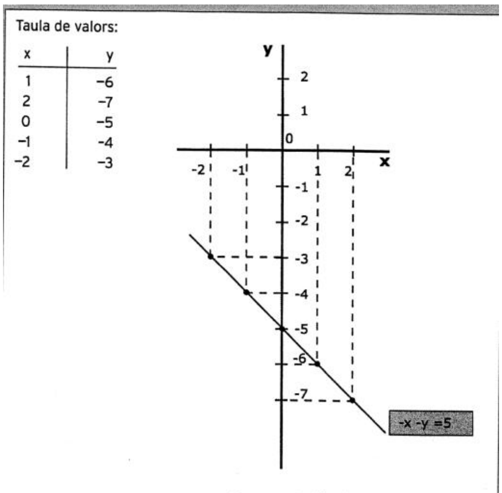


Representació gràfica de l'equació.

Quan tracem la línia que uneix els punts obtenim una recta. Podem dir que l'equació **x + y = 3 és l'equació de la recta** que hem obtingut

Si representem en els eixos de coordenades l'equació del segon exemple, quin tipus de gràfica sortirà ? Creus que sortirà una recta? Provem-ho.

Equació: -x-y = 5



Representació gràfica de l'equació.

Ha sortit una recta i com en el cas anterior podem dir que –x –y = 5 és la seva equació. Si representéssim més equacions de primer grau amb dues incògnites comprovaríem aquest resultat.

Per tant , la representació gràfica d'una equació de primer grau és sempre una recta.

Les equacions de primer grau amb dues incògnites també s'anomenen equacions lineals.

EXERCICI 1.

Representa de forma gràfica les següents equacions lineals. Calcula prèviament la taula de valors.

a) X – y = -4

b) $y = \frac{2x}{3}$

c) 5x + y = 2

d) 3x+2y = 1

2.SISTEMES D'EQUACIONS

Que passaria si representéssim dues equacions lineals en uns mateixos eixos de coordenades?

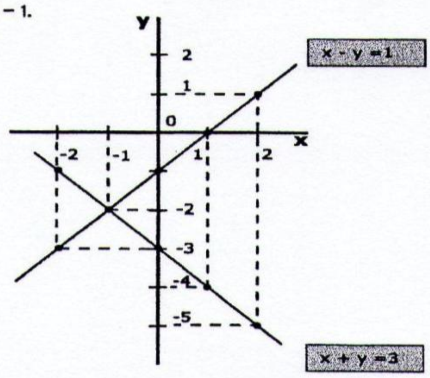
Suposem les equacions x + y = -3 i x – y = 1

· Per fer la representació de l'equació x + y = −3.
Aïllem y ⟶ y = −3 -x.
Calculem la taula de valors:

x	y
1	−4
2	−5
0	−3
−1	−2
−2	−1

· Fem la representació de la segona equació x −y = 1.
Aïllem y ⟶ −y = −x + 1.
Fem la y positiva ⟶ y = x − 1.
Calculem la taula de valors:

x	y
1	0
2	1
0	−1
−1	−2
−2	−3



Representació gràfica de les dues equacions sobre els mateixos eixos de coordenades.

Fixa't que els dues equacions es tallen en un punt x = -1 i la y = -2. El punt on es tallen les dues rectes s'anomena **punt d'intersecció**.
Les coordenades d'aquest punt (-1, 2) , són a la vegada solució de la primera i de la segona equació.

Podem dir que:
les equacions x + y = -3 i x - y = 1 formen un sistema de dues equacions amb dues incògnites i ho escriurem de la manera següent:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = -3 \\ x - y = 1 \end{array}\right\}$$

la solució d'aquest sistema és x = -1 i y = -2, que són les coordenades del punt d'intersecció de les rectes.

Podem pensar que sempre que hi ha un sistema hi ha un punt d'intersecció de les rectes?

Fem la representació del sistema :

$$x - y = 2$$
$$-x + y = 1$$

Calculem la taula de valors per cada una de les equacions

· Equació: $x - y = 2$

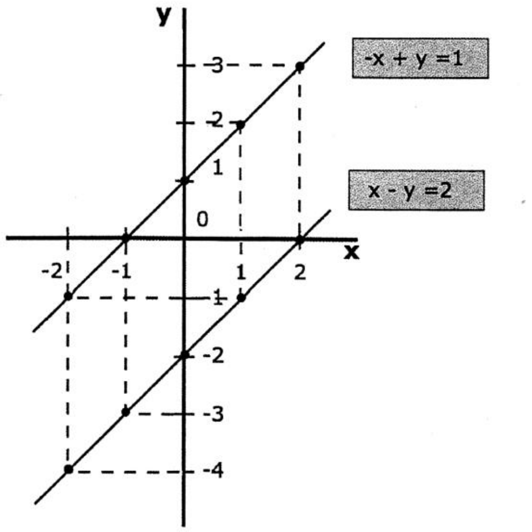
$y = x - 2$

x	y
1	−1
2	0
0	−2
−1	−3
−2	−4

· Equació: $-x + y = 1$

$y = 1 + x$

x	y
1	2
2	3
0	1
−1	0
−2	−1



Representació gràfica de les dues equacions sobre els mateixos eixos de coordenades.

Les dues rectes obtingudes són rectes paral·leles que no tenen cap punt en comú. Per tant , **el sistema no té solució**

Fem la representació gràfica d'un altre sistema:

$$\left.\begin{array}{l} 6x + 2y = 2 \\ 3x + y = 1 \end{array}\right\}$$

Calculem la taula de valores de cada una de les equacions

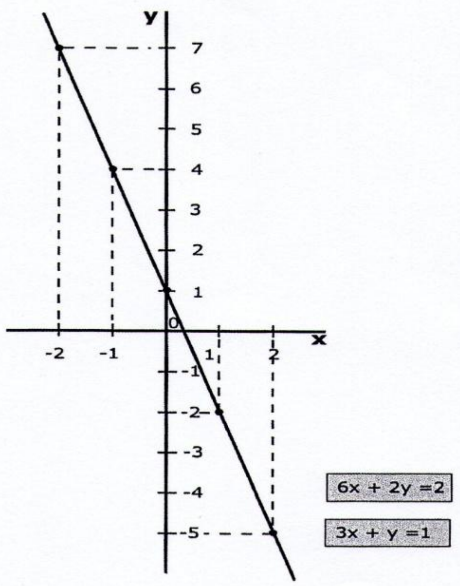
· Equació: $6x + 2y = 2$

x	y
1	−2
2	−5
0	1
−1	4
−2	7

· Equació: $3x + y = 1$

$y = 1 - 3x$

x	y
1	−2
2	−5
0	1
−1	4
−2	7



Representació gràfica de les dues equacions sobre els mateixos eixos de coordenades.

Les dues rectes coincideixen. Això vol dir que les seves equacions són equivalents. **El sistema té infinites solucions.**

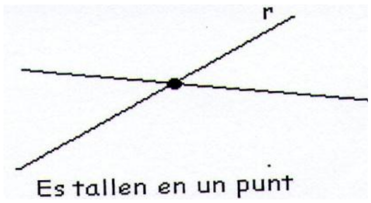
Tipus de sistemes :

La representació gràfica d'un sistema de dues equacions amb dues incògnites pot:

- Tenir un punt en comú. Els sistema té una única solució. Les rectes es tallen.
- No tenir cap punt en comú. El sistema no té solució. Les rectes són paral·leles.
- Tenir tots els punts en comú. El sistema té infinites solucions. Només una recta.

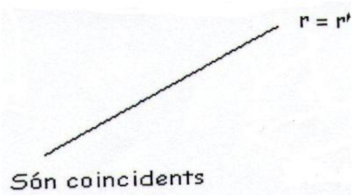
a) SISTEMA COMPATIBLE DETERMINAT

Si les dues rectes es tallen en un punt, és a dir, el sistema només té una solució



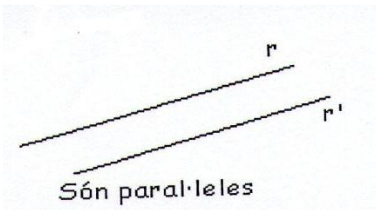
b) SISTEMA COMPATIBLE INDETRMINAT

Si les dues rectes són coincidents, és a dir , el sistema té infinites solucions



c) SISTEMA INCOMPATIBLE

Si les dues rectes són paral·leles , és a dir el sistema no té solució



Activitats

2. Resoleu gràficament els següents sistemes d'equacions lineals:

$a)\quad \begin{matrix} x-2y=3 \\ 3x+y=2 \end{matrix}$

$b)$ $$\begin{aligned} -x + y &= 3 \\ 2x + 3y &= 4 \end{aligned}$$

$c)$ $$\begin{aligned} 2x - y &= 1 \\ x + 2y &= 8 \end{aligned}$$

$d)$ $$\begin{aligned} 5x + y &= 0 \\ x - 2y &= 11 \end{aligned}$$

3. SISTEMES DE DUES EQUACIONS AMB DUES INCÒGNITES

Un sistema de dues equacions amb dues incògnites és un conjunt de dues equacions que es pot representar de la forma:

$$\begin{aligned} ax + by &= k \\ a'x + b'y &= k' \end{aligned}$$

Coeficients de les incògnites: a,a',b,b'

Termes independents: k, k'

Exemple:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 5 \\ x - 2y &= 2 \end{aligned}\right\}$$

Incògnites: *x*, *y*
Coeficients de les incògnites: 1, 1, 1, −2
Termes independents: 5, −2

Sistemes equivalents: Dos sistemes són equivalents si tenen la mateixa solució

3.1 RESOLUCIÓ DELS SISTEMES DE DUES EQUACIONS AMB DUES INCÒGNITES

- Resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites és trobar dos nombres que quan els reemplacem en les dues equacions ,les satisfan totes dues simultàniament.

- Una solució d'un sistema de dues equacions amb dues incògnites és un parell de nombres que verifiquen les dues equacions .

- Si un sistema té solució, és a dir si es poden trobar dos nombres que compleixen les dues equacions , es diu que és compatible.

Exemple:

Comprova si el següent sistema d'equacions té com a solució el parell de nombres (4, 1):

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 5 \\ x - 2y &= 2 \end{aligned}\right\}$$

a) Hem de veure si la solució de l'enunciat verifica les dues equacions del sistema; per fer-ho, només hem de substituir *x* per 4 i *y* per 1 en cada una de les equacions:

$x + y = 5 \rightarrow 4 + 1 = 5$ Compleix l'equació.

$x - 2y = 2 \rightarrow 4 - 2 \cdot 1 = 2$ Compleix l'equació.

b) Per tant, el parell de nombres (4, 1) és una solució del sistema.

c) Com que la solució proposada compleix les dues equacions, diem que el sistema és compatible.

Activitats

3.Indica si els valors de x i y són solució del sistema donat en cada cas

Exemple $\begin{cases} 4x + 3y - 1 = x + y + 3 \\ 2(y - 1) = 5 - (x - 1) \end{cases}$ $x = -2,\ y = 5$

$$\begin{cases} 4 \cdot (-2) + 3 \cdot 5 - 1 = -2 + 5 + 3 \\ 2(5 - 1) = 5 - (-2 - 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8 + 15 - 1 = 6 \\ 2 \cdot 4 = 5 - (-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 = 6 \\ 8 = 8 \end{cases}$$

És solució perquè verifica les dues equacions del sistema.

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 - x - 5y \\ 5 + x = 2y + 10 \end{cases}$ $x = -3,\ y = 1$

b) $\begin{cases} 4(y + 5) = 6 - (2 + x) \\ 2x - 3y = x + 3y - 4 \end{cases}$ $x = -1,\ y = -2$

c) $\begin{cases} x + 2y - 2 = y + 3 \\ x - (y + 1) = 4x - 3y + 9 \end{cases}$ $x = 0,\ y = 5$

4.Comprova que x= 2 , y = 0 i x = 7 , y = -1 són solució del sistema $\begin{matrix} x + 5y = 2 \\ 10y = 4 - 2x \end{matrix}$

MÈTODES DE RESOLUCIÓ

Per resoldre un sistema d'equacions amb dues incògnites , hi ha tres mètodes de resolució:

- Mètode de **Substitució**
- Mètode d'i**gualació**
- Mètode de **reducció**

Mètode de substitució

El mètode de substitució consisteix a aïllar una incògnita d'una de les equacions del sistema i substituir el seu valor en la de l'altra equació

Per resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites pel mètode de substitució cal que seguim els passos seguents:

a) **Aïllar** la incògnita en una de les dues equacions.

b) **Substituir** l'expressió obtinguda en l'altra equació.

c) **Resoldre** l'equació amb una incògnita que en resulta.

d) **Substituir** el valor obtingut en qualsevol de les dues equacions per obtenir l'altra incògnita

e) **Comprovar** que la solució obtinguda verifica les dues equacions.

Exemple:

Resol el sistema d'equacions següent pel mètode de substitució:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 30 \\ x - y = 10 \end{array}\right\}$$

a) Triem **aïllar** la incògnita x de la *segona equació*:

$x = 10 + y$

b) **Substituïm** aquesta incògnita en la primera equació:

$x + y = 30 \Rightarrow (10 + y) + y = 30$

c) **Resolem** l'equació obtinguda:

$(10 + y) + y = 30$

$10 + y + y = 30$

$10 + 2y = 30$

$2y = 30 - 10$

$y = \dfrac{20}{2}$

$\boxed{y = 10}$

d) **Substituïm** el valor $y = 10$ en la primera equació, per exemple:

$x + y = 30$

$x + 10 = 30$

$\boxed{x = 20}$

e) **Comprovem** la solució obtinguda. Per fer-ho, hem de substituir el parell de valors (20, 10) en les dues equacions:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 30 \\ x - y = 10 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} \mathbf{20} + \mathbf{10} = 30 \\ \mathbf{20} - \mathbf{10} = 10 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Compleix l'equació.} \\ \text{Compleix l'equació.} \end{array}$$

Per tant, el sistema d'equacions té solució, és a dir, és un sistema compatible.

La solució del sistema és el parell de valors $x = 20$ i $y = 10$.

Activitats

5.Resol el sistema d'equacions següent pel mètode de substitució $\begin{matrix} x+y=5 \\ x-2y=2 \end{matrix}$

a) Triem aïllar la incògnita y en la primera equació:

$$\left.\begin{matrix} x+y=5 \\ x-2y=2 \end{matrix}\right\} \rightarrow y=5-x$$

b) Substituïm aquesta incògnita en la segona equació:

$$x-2y=2 \Rightarrow x-2(5-x)=2$$

c) Resolem l'equació obtinguda:

$\boxed{x= \quad}$

d) Substituïm el valor de x obtingut en una de les dues equacions del sistema, per exemple en la primera:

$x+y=5$

$\boxed{}+y=2$

$\boxed{y= \quad}$

Solució del sistema: $\boxed{x= \quad}$ $\boxed{y= \quad}$

e) Comprovem la solució del sistema:

$$\left.\begin{matrix} x+y=5 \\ x-2y=2 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} \boxed{}+\boxed{}=5 \\ \boxed{}+2\cdot\boxed{}=2 \end{matrix}\right\} \rightarrow \left.\begin{matrix} 5=5 \\ 2=2 \end{matrix}\right\} \rightarrow$$

Si obtenim aquest resultat, els valors de **x** i **y** són correctes.

6.Resol els sistemes següents mitjançant el mètode de substitució i comprova'n els resultats

$a)\ \begin{matrix} x+3y=8 \\ 2x-y=9 \end{matrix}$

$b)\ \begin{matrix} -x+y=7 \\ 3x-y=4 \end{matrix}$

$c)\ \begin{matrix} 3x+y=5 \\ 6x-5y=-4 \end{matrix}$

$d)\ \begin{matrix} 2x-5y=11 \\ x+3y=-11 \end{matrix}$

7.Resol per substitució els sistemes següents aïllant la incògnita remarcada

) $\left.\begin{array}{l} x+y=8 \\ \underline{x}-y=2 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} y-x=1 \\ \underline{x}+y=3 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} x+2y=18 \\ y-\underline{x}=3 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{l} 2y-x=15 \\ \underline{x}-y=6 \end{array}\right\}$ e) $\left.\begin{array}{l} 2x-y=1 \\ -x+\underline{y}=-5 \end{array}\right\}$ f) $\left.\begin{array}{l} \underline{y}-x=0 \\ 2x+y=3 \end{array}\right\}$

8.Resol per substitució els sistemes següents

$a)\ \begin{array}{c} 6x+3y=\ -2+x+2y \\ 4x-2y+7=2x+y-4 \end{array}$ $b)\ \begin{array}{c} x+y+1=2x \\ 3x-5y+2=x+y-4 \end{array}$ $c)\ \begin{array}{c} 2\ \ y-2\ \ +6x=3y-5 \\ x-\ \ y-3\ \ =3x-2y \end{array}$

9.Resol el sistema d'equacions amb fraccions següents mitjançant el mètode de substitució i comprova'n la solució

eure el comú denominador:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{3x-1}{5}+\dfrac{5\cdot 2y}{5}=\dfrac{5\cdot 1}{5}\\[2mm] \dfrac{2\cdot y}{2}+\dfrac{3x}{2}=\dfrac{2\cdot 2}{2}\end{array}\right\}$$

aquesta manera obtenim:

b) Treure els denominadors:

$$\left.\begin{array}{r}\dfrac{3x-1}{\cancel{5}}+\dfrac{10y}{\cancel{5}}=\dfrac{5}{\cancel{5}}\\[2mm] \dfrac{2y}{\cancel{2}}+\dfrac{3x}{\cancel{2}}=\dfrac{4}{\cancel{2}}\end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r}3x-1+10y=5\\ 2y+3x=4\end{array}\right\}$$

a resol-lo, tal com ho has fet en exercicis anteriors. No oblidis comprovar-ne la solució.

10. Resol el sistema següent mitjançant el mètode de substitució i comprova'n la solució

$$\frac{x-2}{3}+y=4$$
$$x+\frac{y}{3}=6$$

11. Resol el següent sistema d'equacions mitjançant el mètode de substitució,

$$\left.\begin{array}{l}x+2y=7\\ 3x-4y=-9\end{array}\right\}$$

a) Aïllant la x de la primera equació.

b) Aïllant la y de la primera equació.

c) Aïllant la x de la segona equació.

d) Aïllant la y de la segona equació.

Mètode d'igualació

Per resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites pel mètode d'igualació cal seguir el passos següents:

- Aïllar la mateixa incògnita en les dues equacions.
- Igualar les expressions obtingudes.
- Resoldre l'equació d'una incògnita que en resulta.
- Substituir el valor obtingut en qualsevol de les dues equacions per obtenir l'altra incògnita.
- Comprovar la solució obtinguda.

Exemple:

Resol el sistema d'equacions següent pel mètode d'igualació:

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array}\right\}$$

a) Triem **aïllar** la incògnita y de les dues equacions:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + 1 = y \\ 11 - 3x = y \end{array}\right\}$$

b) **N'igualem** les expressions obtingudes:

$$2x + 1 = 11 - 3x$$

c) **En resolem** l'equació obtinguda:

$$2x + 1 = 11 - 3x$$
$$2x + 3x = 11 - 1$$
$$5x = 10$$
$$\boxed{\mathbf{x = 2}}$$

d) **Substituïm** el valor $x = 2$ en la segona equació, per exemple:

$$3\mathbf{x} + y = 11$$
$$3 \cdot \mathbf{2} + y = 11$$
$$6 + y = 11$$
$$\boxed{\mathbf{y = 5}}$$

e) **Comprovem** la solució obtinguda. Per fer-ho hem de substituir el parell de valors (2, 5) en les dues equacions:

$$\left.\begin{array}{l} 2x - y = -1 \\ 3x + y = 11 \end{array}\right\} \qquad \left.\begin{array}{l} 2 \cdot \mathbf{2} - \mathbf{5} = -1 \\ 3 \cdot \mathbf{2} + \mathbf{5} = 11 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \text{Compleix l'equació.} \\ \text{Compleix l'equació.} \end{array}$$

Per tant, el sistema d'equacions té solució, és a dir, és un sistema compatible.

La solució del sistema és el parell de valors $x = 2$ i $y = 5$.

12. Resol el sistema següent mitjançant el mètode d'igualació i comprova'n la solució

$x + y = 77$
$x - 2 = 2$

a) **Aïllem** la mateixa lletra en les dues equacions:

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 77 \\ x - 2 = 2 \end{array}\right\} \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array}$$

b) **Igualem** les equacions obtingudes:

c) **Resolem** l'equació d'una incògnita obtinguda:

d) **Substituïm** el valor d'una de les lletres obtingut en qualsevol de les dues equacions del sistema:

e) **En comprovem** la solució:

13.Resol els sistemes següents mitjançant el mètode d'igualació, i comprova'n el resultat

a) $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$ aïllant x

b) $\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 9 \end{cases}$ aïllant y

c) $\begin{cases} x - 2y = 5 \\ 3y + x = 10 \end{cases}$ aïllant x

d) $\begin{cases} 2x - y = -2 \\ y - 3x = 1 \end{cases}$ aïllant y

14. Resol els sistemes següents pel mètode d'igualació

a) $\begin{cases} x+2y=6 \\ x-3y=1 \end{cases}$ aïllant x:

b) $\begin{cases} -y+x=6 \\ 2y-x=-11 \end{cases}$ aïllant x:

c) $\begin{cases} x+y=9 \\ x+5y=1 \end{cases}$ aïllant x:

d) $\begin{cases} x+2y=-13 \\ y-x=-2 \end{cases}$ aïllant x

15. Resol el sistema següent mitjançant el mètode d'igualació :

$$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=6$$
$$\frac{x}{3}+\frac{2y}{9}=6$$

Mètode de reducció

El mètode de reducció consisteix a eliminar una incògnita sumant les equacions del sistema.

De vegades cal multiplicar una o totes dues equacions del sistema per nombres, a fi d'aconseguir coeficients oposats d'alguna incògnita en les equacions perquè s'eliminin en sumar.

Per resoldre un sistema de dues equacions amb dues incògnites pel mètode de reducció cal seguir els passos següents:

- Buscar un sistema equivalent on els coeficients d'una mateixa incògnita siguin iguals i oposats
- Restar o sumar les dues equacions obtingudes , eliminant-ne així una incògnita.
- Resoldre l'equació que en resulta.
- Substituir el valor obtingut en qualsevol de les dues equacions per obtenir l'altra incògnita.
- Comprovar la solució obtinguda

Exemple:

Resol el sistema d'equacions següent pel mètode de reducció:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 25 \\ 2x + 3y &= 40 \end{aligned}\right\}$$

a) N'obtenim un **sistema equivalent**:

Tria una incògnita en les dues equacions; en aquest cas escollim $\boldsymbol{x}$.

Multiplica la primera equació per 2:

$$\left.\begin{aligned} 2(x + 2y &= 25) \\ 2x + 3y &= 40 \end{aligned}\right\}$$

Ara el sistema equivalent que hem de resoldre és:

$$\left.\begin{aligned} 2x + 4y &= 50 \\ 2x + 3y &= 40 \end{aligned}\right\}$$

b) **Restem** les dues equacions del sistema per poder eliminar x i reduir el sistema:

$$\begin{array}{r} +\cancel{2x} + 4y = +50 \\ -\ \ \cancel{2x} + 3x = \ \ \ 40 \\ \hline +y = +10 \end{array}$$

c) **Resolem** l'equació d'una incògnita que en resulta:

$$\boxed{\boldsymbol{y = 10}}$$

d) **Substituïm** el valor obtingut en una de les dues equacions del sistema, en aquest cas en la primera equació:

$$x + 2\boldsymbol{y} = 25$$
$$x + 2 \cdot \mathbf{10} = 25$$
$$\boxed{\boldsymbol{x = 5}}$$

e) **En comprovem** el resultat:

$$\left.\begin{aligned} x + 2y &= 25 \\ 2x + 3y &= 40 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} \mathbf{5} + 2 \cdot \mathbf{10} &= 25 \\ 2 \cdot \mathbf{5} + 3 \cdot \mathbf{10} &= 40 \end{aligned}\right\} \qquad \left.\begin{aligned} 25 &= 25 \\ 40 &= 40 \end{aligned}\right\}$$

Per tant, el sistema d'equacions té solució, és a dir, és un sistema compatible.

La solució del sistema és el parell de valors $x = 5$ i $y = 10$.

16.Resol el sistema següent pel mètode de reducció i comprova el resultat : $\begin{array}{r} 3x - 2y = -10 \\ 4x + 5y = 140 \end{array}$

a) N'obtenim un **sistema equivalent**:
Triem una incògnita, per exemple ***y***.

$$\left.\begin{array}{r} 3x - 2y = -10 \\ 4x + 5y = 140 \end{array}\right\}$$

Multipliquem la primera equació per 5 i la segona equació per 2:

$$\left.\begin{array}{r} 5(3x - 2y = -10) \\ \\ 2(4x + 5y = 140) \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{r} 15x - 10y = -50 \\ \\ 8x + 10y = 280 \end{array}\right\} \text{ Sistema equivalent.}$$

b) **Sumem** les dues equacions per poder-ne eliminar ***y***:

$$\begin{array}{rr} & 15x - \cancel{10y} = -50 \\ + & 8x + \cancel{10y} = 280 \\ \hline & 23x \qquad = 230 \end{array}$$

c) **Resolem** l'equació obtinguda:

$$\boxed{x =\quad}$$

d) **Substituïm** el valor obtingut en qualsevol de les dues equacions del sistema i obtenim el valor de *x*:

e) **En comprovem** la solució:

17 Resol el sistema següent pel mètode de reducció i comprova'n el resultat

$$\left.\begin{array}{r} \mathbf{3x + 2y = 26} \\ \mathbf{2x - 3y = -13} \end{array}\right\}$$

Tria una incògnita:
Per quin nombre hem de multiplicar les equacions perquè aquesta incògnita desaparegui quan sumem?

$$\left.\begin{array}{l} \boxed{}\,(3x + 2y = 26) \\ \boxed{}\,(2x - 3y = -13) \end{array}\right\}$$

18.Calcula els següents sistemes pel mètode de reducció

a) $\begin{cases} 4x - y = -2 \\ 10x + 2y = 13 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x + 5y = 0 \\ 3x - 2y = -19 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 4x = 13 - 3y \\ 2x = 5y - 13 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 6y = -1 \\ 3y - 2x = 12 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x + 2y = -3 \\ 6x + 7y = -10 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x + 3y = -6 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$

19.Calcula la solució dels sistemes següents utilitzant el mètode de reducció

$a)$ $\begin{matrix} 6x + 9y - 2 = 3 + x \\ 2x + y = 4 - 2y \end{matrix}$ $b)$ $\begin{matrix} x + 2y - 1 = 4 + 5x + y \\ 4x + 3y - 2 = x + y - 3 \end{matrix}$ $c)$ $\begin{matrix} 4\ \ x - 2\ \ - 3y = 6 \\ 6x -\ \ 2 - y\ \ = -14 \end{matrix}$

4. Resolució de problemes mitjançant sistemes d'equacions

Per resoldre un problema mitjançant un sistema de dues equacions de dues equacions amb dues incògnites, cal fer el passos següents:

- Comprendre el problema.
- Plantejar les equacions i formar el sistema d'equacions.
- Resoldre el sistema d'equacions ,mitjançant qualsevol del tres mètodes.
- Comprovar que la solució compleix les condicions de l'enunciat.

Exemple:

La suma de les edats de dos germans és 29 i d'aquí a 8 anys l'edat del gran serà el doble de l'edat del petit. Quants anys té cada germà?

a) **Llegeix** el problema les vegades que calgui fins comprendre'n l'enunciat.

b) **Planteja** les equacions i forma'n el sistema:

- Triar les incògnites: x = edat del germà gran.
  y = edat del germà petit.
- Plantejar el problema:

	AVUI	**+8**	D'AQUÍ A 8 ANYS
Germà gran	x	$\longrightarrow$	$x + 8$
Germà petit	y	$\longrightarrow$	$y + 8$
	$x + y = 29$		$x + 8 = 2(y + 8)$
	Les dues edats sumen 29.		*L'edat del gran serà el doble de la del petit.*

- Formar el sistema d'equacions:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 29 \\ x + 8 &= 2(y + 8) \end{aligned}\right\}$$

c) **Resol** el sistema d'equacions triant el mètode de substitució:

$$x = 29 - y$$
$$(29 - y) + 8 = 2(y + 8)$$
$$29 - y + 8 = 2y + 16$$
$$29 + 8 - 16 = 2y + y;\ 21 = 3y;\ y = 7$$
$$x = 29 - 7 = 22$$

Per tant: $x = 22$ anys té el germà gran.
$y = 7$ anys té el germà petit.

d) **Comprova** que la solució compleix les condicions de l'enunciat: cal *substituir* els valors obtinguts de x i y ($x = 22$ i $y = 7$) *en les dues equacions* que formen el sistema de dues equacions amb dues incògnites:

$$\left.\begin{aligned} x + y &= 29 \\ x + 8 &= 2(y + 8) \end{aligned}\right\} \begin{aligned} &\Rightarrow 22 + 7 = 29 \quad \text{L'equació es compleix.} \\ &\Rightarrow 22 + 8 = 2 \cdot (7 + 8) \end{aligned}$$
$$30 = 14 + 16$$
$$30 = 30 \quad \text{L'equació es compleix.}$$

Per tant, les solucions obtingudes són correctes.

20. Un alumne fa un examen de deu preguntes. Per cada pregunta encertada li donen 2 punts , i per cada pregunta que treuen li treuen 1 punt. Si saps que la qualificació final va ser de 8 punts, quants encerts i errors va tenir?

a) **Llegeix** el problema atentament.

b) **Planteja** les equacions i forma el sistema:

- Tria les incògnites: $x =$ ....

  $y =$ ....

- Planteja el problema:

Nre. de preguntes encertades	$\boxed{x}$	$\longrightarrow$	$\boxed{}$	Puntuació de preguntes encertades.
Nre. de preguntes fallades	$\boxed{y}$	$\longrightarrow$	$\boxed{}$	Puntuació de preguntes fallades.
Total de preguntes 10	$\boxed{x + y =}$	$\longrightarrow$	$\boxed{}$	Puntuació total 8.

1 Primera equació **2** Segona equació

- Forma el sistema d'equacions:

$$\begin{array}{l} \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \end{array}\left\{\begin{array}{l} x + y = \boxed{} \\ \boxed{} \end{array}\right.$$

c) Ara **resol** el sistema. Tria el mètode de resolució que vulguis i troba les solucions del problema.

d) **Comprova'n** el resultat.

21.En un hotel de 120 habitacions n'hi ha de dobles i d' individuals. Si el nombre total de llits és 195,quantes hi ha de cada tipus?

a) **Llegeix** el problema fins que l'entenguis bé.

b) **Planteja** les equacions i forma el sistema d'equacions:

- Tria les incògnites: x = ...

  y = ...

- Planteja el problema:

Habitacions dobles	x	→		Llits en habitacions dobles.
Habitacions individuals	y	→		Llits en habitacions individuals.
Total d'habitacions 120		→		Total de llits 195.
	1		**2**	

- Forma el sistema d'equacions:

$$\begin{cases} \mathbf{1} \quad \boxed{} \\ \mathbf{2} \quad \boxed{} \end{cases}$$

c) Tria un mètode de resolució i **resol** el problema.

d) **Comprova'n** el resultat.

22. Calcula dos nombres la suma dels quals és 10 i la diferència entre ells 6

23. En un corral hi ha 25 ovelles i gallines. Si hi ha 80 potes en total , quantes ovelles i gallines hi ha ?

24. La Roser té monedes de 2 euros i d'1 euro . Sabent que té 20 monedes i que el valor de totes juntes és de 33 euros , calcula el nombre de monedes de cada tipus que té.

25. Amb 20 € , puc comprar 3 còmics i 1 revista , o 1 còmic i 2 revistes . Determina el preu d'un còmic i el d'una revista.

26. L'Anna té el triple d'euros que en Jordi, però si compra un regal de 18 euros i se'n gasta 12 més en material de dibuix , tindrà els mateixos diners que en Jordi . Quants diners té cadascun?

27.En un centre escolar es vol fer una excursió de cap de setmana. Cadascun dels alumnes que hi van ha de pagar 20 €, però si hi anessin 10 alumnes més, en pagarien 15:Quants alumnes van a l'excursió? Quants diners val fer-la?

28: Si durant 3 setmanes l'Anna no gasta gens e la paga setmanal i afegeix a aquesta quantitat 5€ dels seus estalvis, es podrà comprar la col·lecció de pel·lícules que li agrada. Però ,com que ha tret bones notes, els pares li han donat 40 € , de manera que només ha de afegir a aquesta quantitat els diners de dues pagues setmanals .Quant costa la col·lecció? Quina paga setmanal rep l'Anna?