

Objectius

En aquesta quinzena aprendràs a:

- Representar i ordenar nombres enters.
- Operar amb nombres enters.
- Aplicar els conceptes relatius als nombres enters a problemes reals.
- Reconèixer i representar nombres racionals.
- Operar amb nombres racionals.

Expressar nombres en notació científica i operar amb ells.

Abans de començar

1. Nombres enters	pàg. 3
Representació i ordre	
Operacions	
Problemes	
2. Fraccions i decimals	pàg. 5
Fraccions equivalents	
Expressió decimal. Classificació	
3. Nombres racionals	pàg. 7
Representació i ordre	
Suma i resta	
Multiplicació i divisió	
Potències d'exponent enter	
Operacions amb potències	
Problemes	
4. Notació Científica	pàg. 11
Definició	
Operacions	

Exercicis per practicar

Per saber-ne més

Resum

Autoavaluació

Abans de començar

Comença amb un joc de nombres:

	22	8	26	
19				7
15				
9		8		
3		9		

Has d'omplir les caselles que són en blanc, amb nombres de l'1 al 9. Amb l'única condició de que sumin els nombres blancs indicats i no es puguin repetir a la mateixa fila o columna.

Y aquí tens algun més per practicar:

	26	8	7	19
22				
4			9	
			11	
21				
8		7		

	23	13		2
15			2	
			11	
14				11
6		10		
		1		
6			8	

	20		13	8
2		11		
		9		
19				15
9		7		
		4		
21				

Nombres enters i racionals

1. Nombres enters

Representació i ordre

El conjunt dels **nombres enters Z** està format per:

- Nombres enters positius: 1,2,3,4....
- Nombres enters negatius: -1,-2,-3,-4..
- El nombre zero: 0

L'**oposat** d'un nombre enter, **op(a)**, és el nombre canviat de signe: $op(a)=-a$, $op(-a)=a$

El **valor absolut** d'un nombre enter, **|a|**, és el mateix nombre si és positiu i el seu oposat si és negatiu.

Els nombres enters són un **conjunt ordenat**.

Els nombres enters es representen a la recta numèrica.



Suma i resta

- Per **sumar** dos **nombres enters**, **a+b**
 - Si són del mateix signe se sumen els seus valors absoluts i es posa el mateix signe.
 - Si són de diferent signe es resten els seus valors absoluts i es posa el signe del nombre de major valor absolut.
- Per **restar** dos **nombres enters**, **a-b**, se suma al primer l'oposat del segon: $a - b = a + (-b)$.

Producte i divisió

Per **multiplicar** o **dividir** dos **nombres enters**, es multipliquen o es divideixen els seus valors absoluts. El signe serà positiu si els dos són del mateix signe i negatiu si són de signe contrari.

Regla dels signes:

+	·	+	=	+
+	·	-	=	-
-	·	+	=	-
-	·	-	=	+

Oposat:

$$op(-3)=3$$

$$op(8)=-8$$

Valor Absolut:

$$|7|=7$$

$$|-3|=3$$

Ordre:

$$-3 < -2 < -1 < 0 < 1 < 2 < 3$$

Suma i resta

$$-3 - 4 = -7$$

$$-3 + 4 = 1$$

$$3 - 4 = -1$$

$$3 + 4 = 7$$

Producte

$$(-3) \cdot (-4) = 12$$

$$(-3) \cdot (+4) = -12$$

$$(+3) \cdot (-4) = -12$$

$$(+3) \cdot (+4) = 12$$

Divisió

$$(-8) : (-4) = 2$$

$$(-8) : (+4) = -2$$

$$(+8) : (-4) = -2$$

$$(+8) : (+4) = 2$$

EXERCICIS resolts

1. Calcula el valor absolut de -3, 5, 0

$$\text{Sol: } |-3| = 3 \quad |5| = 5 \quad |0| = 0$$

2. Ordena de major a menor: -78, -12, -35

$$\text{Sol: } -12 > -35 > -78$$

3. Calcula l'oposat de -3, 7, 0

$$\text{Sol: } \text{op}(-3) = 3 \quad \text{op}(7) = -7 \quad \text{op}(0) = 0$$

4. Calcula: $4(1 - 9) - 1 + 8(1 + 2)$

$$\text{Sol: } 4(1 - 9) - 1 + 8(1 + 2) = 4(-8) - 1 + 8(3) = -32 - 1 + 24 = -9$$

5. Calcula: $-8(7 + 3) : (-8)$

$$\text{Sol: } \text{Dividint } -8(7 + 3) : (-8) = -8(10) : (-8) = -80 : -8 = 10 \quad 5x + 4 = 3$$

6. Troba el mcm (882, 168)

$$\begin{aligned} \text{Sol: } \quad & 882 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \quad 168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7 \\ & \text{mcm}(882, 168) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^2 = 3528 \end{aligned}$$

7. Tots els pastissos que hem fabricat avui els hem posat en caixes de 75 i 189 pastissos i no n'ha sobrat cap. Quants pastissos, com a mínim, hem fabricat avui?

$$\begin{aligned} \text{Sol: } \quad & \text{S'han fet 4725 pastissos} \\ & 75 = 3 \cdot 5^2 \quad 189 = 3^3 \cdot 7 \\ & \text{mcm}(75, 189) = 3^3 \cdot 5^2 \cdot 7 = 4725 \end{aligned}$$

8. El passadís d'una casa té 1024 cm de llargada per 192 cm d'amplada. Es volen posar rajoles quadrades de la major grandària possible. Troba les dimensions que han de tenir les rajoles si no volem tallar-ne cap.

$$\begin{aligned} \text{Sol: } \quad & \text{Les rajoles han de tenir 64 cm de costat} \\ & 1024 = 2^{10} \quad 192 = 2^6 \cdot 3 \\ & \text{mcd}(1024, 192) = 2^6 = 64 \end{aligned}$$

9. Quant ha de valer x per tal que el nombre $9x7$ sigui divisible per 3?

$$\begin{aligned} \text{Sol: } \quad & 9 + x + 7 = 16 + x \quad \text{ha de ser múltiple de 3} \\ & x = 2 \quad x = 5 \quad x = 8 \end{aligned}$$

10. Escribe un número més gran que 200 i és petit que 250, que sigui múltiple de 30

$$\text{Sol: } 210, 240$$

Nombres enters i racionals

2. Fraccions i decimals

Fraccions equivalents

Una **fracció** és una expressió de la forma:

$$\frac{a}{b}$$

amb a i b nombres enters i $b \neq 0$, a s'anomena numerador i b denominador.

- Quan el $\text{mcd}(a,b)=1$ la fracció es diu **irreductible**.
- Dues fraccions $\frac{a}{b}$ i $\frac{c}{d}$ són **equivalents** si $a \cdot d = b \cdot c$

El conjunt dels **nombres racionals** \mathbb{Q} està format per tots els nombres que es poden expressar en forma de fracció

Fracció irreductible

$$\frac{3}{4}$$
$$\text{mcd}(3,4) = 1$$

Fraccions equivalents

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$
$$3 \cdot 8 = 4 \cdot 6$$
$$24 = 24$$

Expressió decimal. Classificació

Per obtenir l'expressió decimal d'una fracció, es divideix el numerador entre el denominador.

Quan fem aquesta divisió pot passar que el quocient sigui:

Decimal exacte	Nombre finit de xifres decimals	Els únics divisors del denominador són 2 o 5
Periòdic pur	La part decimal es repeteix indefinidament (període)	Els nombres 2 o 5 no són divisors del denominador
Periòdic mixt	La part decimal està formada per una part que no es repeteix (anteperíode) seguida del període	Els divisors del denominador són 2 o 5 i té a més altres divisors

Els decimals exactes i periòdics, purs o mixtes, poden expressar-se en forma de fracció.

Decimal exacte:

$$\frac{7}{2} = 3'5$$

i a l'inrevés:

$$4,35 = \frac{435}{100} = \frac{87}{20}$$

Periòdic pur:

$$\frac{1}{3} = 0'3333\dots = 0'\hat{3}$$

i a l'inrevés:

$$4,\hat{3} = \frac{43 - 4}{9} = \frac{39}{9} = \frac{13}{3}$$

Periòdic mixt:

$$\frac{1}{6} = 0'1666\dots = 0'1\hat{6}$$

i a l'inrevés:

$$4,11\hat{3} = \frac{4113 - 411}{900} = \frac{3702}{900} = \frac{1234}{300}$$

EXERCICIS resolts

11. Escriu la fracció irreductible de:

a) $\frac{160}{800}$ Sol: se simplifica per 160 $\frac{1}{5}$

b) $\frac{128}{256}$ Sol: se simplifica per 128 $\frac{1}{2}$

c) $\frac{14}{448}$ Sol: se simplifica per 14 $\frac{1}{32}$

12. Troba x per tal que les fraccions siguin equivalents:

a) $\frac{25}{x}$ i $\frac{75}{27}$ Sol: $x = 9$

b) $\frac{25}{32}$ i $\frac{75}{x}$ Sol: $x = 96$

c) $\frac{x}{18}$ i $\frac{88}{36}$ Sol: $x = 44$

13. Escriu l'expressió decimal de les següents fraccions:

a) $\frac{88}{9}$ Sol: $9,\overline{7}$

b) $\frac{331}{99}$ Sol: $3,\overline{34}$

c) $\frac{11}{3}$ Sol: $3,\overline{6}$

14. Escriu la fracció generatriu de:

a) $3,\overline{332}$ Sol: $\frac{3319}{990}$

b) $7,68$ Sol: $\frac{192}{25}$

c) $5,\overline{80}$ Sol: $\frac{575}{99}$

3. Nombres racionals

Representació i ordre

El conjunt dels **nombres racionals** \mathbb{Q} està format per tots els nombres que es poden expressar en forma de fracció.

El conjunt dels nombres racionals és un **conjunt ordenat**. Per ordenar les fraccions s'escriuen fraccions equivalents amb el mateix denominador (reduir a comú denominador) i s'ordenen els numeradors

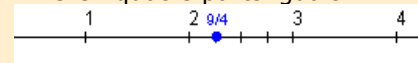
Els nombres racionals es poden representar de manera exacta en la recta numèrica.

Abans de representar una fracció s'ha de saber entre quins valors està compresa

$$\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4} \rightarrow 2 < \frac{9}{4} < 3$$

$$\begin{array}{r} 9 \overline{)4} \\ 1 \overline{)2} \end{array}$$

Es divideix el segment d'extremes 2 i 3 en quatre parts iguals:



Suma y resta

Per sumar o restar els nombres racionals s'escriuen en forma de fracció i després se sumen o resten les fraccions.

Per sumar o restar les fraccions es redueixen a comú denominador i després se sumen o resten els numeradors.

Suma

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

Resta

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{6} = \frac{9}{12} - \frac{2}{12} = \frac{7}{12}$$

Multiplicació i divisió

- El **producte** de dos nombres racionals és un altre nombre racional que té per numerador el producte dels numeradors i per denominador el producte dels denominadors.
- Per **dividir** dos nombres racionals es multiplica la primera fracció per la inversa de la segona

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$
$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Producte

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

Quocient

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 1} = \frac{15}{4}$$

Operacions amb nombres periòdics

$$1'2 + 1'78 = \frac{12 - 1}{9} + \frac{178 - 17}{90} =$$
$$= \frac{11}{9} + \frac{161}{90} = \frac{110}{90} + \frac{161}{90} =$$
$$= \frac{271}{90} = 3'0\hat{1}$$

$$3^2 = 3 \cdot 3 = 9$$

$$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$$

$$3^0 = 1$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$3^4 \cdot 3^7 = 3^{11}$$

$$\frac{3^7}{3^4} = 3^3$$

$$(3^4)^7 = 3^{28}$$

$$3^5 \cdot 5^5 = (3 \cdot 5)^5 = 15^5$$

$$\frac{3^{-5}}{6^{-5}} = \left(\frac{3}{6}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = 2^5 = 32$$

A la vida quotidiana apareixen situacions on és necessari treballar amb nombres fraccionaris.

Per resoldre problemes amb fraccions has de seguir les mateixes pautes que amb altres tipus de problemes.

- Llegeix atentament l'enunciat.
- Reflexiona sobre la situació que proposa el problema, què et demana, quines dades tens,...
- Organitza la informació que tens, fes un esquema, un dibuix...
- Una cop obtinguis la solució, comprova-la.

Potències d'exponent enter i base racional

Si **a** és un nombre enter i **n** un nombre natural, aleshores:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \underbrace{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{a} \cdot \dots \cdot \frac{1}{a}}_n$$

A més per a qualsevol valor de **a** diferent de 0, s'acompleix:

$$a^0 = 1 \quad a^1 = a \quad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

Per elevar una fracció a una potència s'eleva el numerador i el denominador.

Operacions amb potències

Si m i n son nombres enters qualssevol s'acompleix:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}, \quad a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$$

Resolució de problemes

Si tres quilos i quart de pomes costen 2'6 €, quant costaran dos quilos i mig?

Calculem el preu d'un kg de pomes. Per fer-ho es divideix el preu pagat entre els kg comprats:

$$2'6 : \left(3 + \frac{1}{4}\right) = \frac{26}{10} : \frac{13}{4} = \frac{104}{130} = 0'8 \text{ €/kg}$$

El preu de dos quilos i mig serà:

$$0'8 \cdot \left(2 + \frac{1}{2}\right) = \frac{8}{10} \cdot \frac{5}{2} = \frac{40}{20} = 2 \text{ €}$$

En morir un avi deixa 120000€ pels seus néts, en Joan, en Pere i l'Anna. A en Joan li toca 1/5, a en Pere, 1/3 i a l'Anna la resta. Quant li toca a cadascun?

$$\text{Joan: } 120000 \cdot \frac{1}{5} = \frac{120000}{5} = 24000 \text{ €}$$

$$\text{Pere: } 120000 \cdot \frac{1}{3} = \frac{120000}{3} = 20000 \text{ €}$$

$$\text{Anna: } 120000 - 24000 = 96000 \text{ €}$$

EXERCICIS resolts

15. Ordena de major a menor:

a) $\frac{56}{5}$ i $\frac{31}{2}$ Sol: $\frac{31}{2} > \frac{56}{5}$ b) $-\frac{10}{3}$ i $-\frac{33}{2}$ Sol: $-\frac{10}{3} > -\frac{33}{2}$

16. Calcula, expressant el resultat en forma de fracció irreductible:

a) $4 - \frac{1}{2} \left[\frac{10}{3} - \left(1 + \frac{5}{6} \right) \right] = 4 - \frac{1}{2} \left(\frac{10}{3} - \frac{11}{6} \right) = 4 - \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{6} = 4 - \frac{9}{12} = \frac{39}{12} = \frac{13}{4}$

b) $\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{2} - 7 \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3} \right) - \frac{4}{5} : 3 = \frac{5}{6} - 7 \cdot \frac{-5}{12} - \frac{4}{15} = \frac{5}{6} + \frac{35}{12} - \frac{4}{15} = \frac{50}{60} + \frac{175}{60} - \frac{16}{60} = \frac{209}{60}$

c) $\frac{\frac{3}{4} - 3 \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \right)}{\frac{3}{2} - \frac{1}{5} : \frac{4}{3}} = \frac{\frac{3}{4} - 3 \cdot \frac{-3}{20}}{\frac{3}{2} - \frac{3}{20}} = \frac{\frac{3}{4} + \frac{9}{20}}{\frac{27}{20}} = \frac{\frac{24}{20}}{\frac{27}{20}} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$

17. Calcula, expressant el resultat en forma decimal:

a) $2,9\overline{8} + 6,4\overline{6}$ Sol: $\frac{298-2}{99} + \frac{64-6}{9} = \frac{934}{99} = 9,4\overline{3}$

b) $\frac{1}{4} - 5,6\overline{6}$ Sol: $\frac{1}{4} - \frac{56-5}{9} = -\frac{195}{36} = -5,4\overline{16}$

c) $0,1\overline{1} - 0,24\overline{4}$ Sol: $\frac{1}{10} - \frac{24}{99} = -\frac{131}{990} = -0,1\overline{32}$

18. Calcula, expressant el resultat en forma decimal:

a) $\frac{1}{2} : 2,7\overline{7}$ Sol: $\frac{1}{2} : \frac{27-2}{9} = \frac{1}{2} : \frac{25}{9} = \frac{9}{50} = 0,18$

b) $4,6\overline{6} \cdot \frac{5}{3}$ Sol: $\frac{46-4}{9} \cdot \frac{5}{3} = \frac{42}{9} \cdot \frac{5}{3} = \frac{210}{27} = 7,7\overline{7}$

c) $6,15\overline{15} : 0,5$ Sol: $\frac{615-6}{99} : \frac{1}{2} = \frac{609}{99} : \frac{1}{2} = \frac{1218}{99} = 12,30\overline{30}$

19. Calcula les potències següents:

a) 2^{-3} Sol: $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ b) $\left(\frac{5}{3}\right)^{-2}$ Sol: $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$

c) $(-3)^{-4}$ Sol: $\frac{1}{(-3)^4} = \frac{1}{81}$ d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ Sol: $(-2)^3 = -8$

20. Calcula:

a) $4^{-2} \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^{-3}$ Sol: $(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^3 = 2^2 = 4$ b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} : \left(\frac{3}{2}\right)^3$ Sol: $\left(\frac{3}{2}\right)^{4-3} = \frac{3}{2}$

c) $\frac{343^5}{49^7}$ Sol: $\frac{(7^3)^5}{(7^2)^7} = 7^{15-14} = 7$ d) $(x^3)^5 \cdot (x^4)^{-3}$ Sol: $x^{15-12} = x^3$

4. Notació científica

Definició

Per escriure nombres molt grans o molt petits s'utilitza l'anomenada notació científica.

Un nombre escrit en notació científica és de la forma $\pm a \cdot 10^k$ amb $1 \leq a < 10$ i k un nombre enter, que s'anomena **ordre de magnitud** del nombre.

La notació científica permet comparar fàcilment nombres amb molts zeros o amb molts decimals, és suficient amb comparar l'ordre de magnitud:

- Si $k > 0$ el nombre de xifres enteres és $k+1$.
- Si $k < 0$ el nombre de xifres decimals és igual a la suma de les xifres decimals de a més $|k|$.

Notació científica

$$178'23 = 1'7823 \cdot 10^2$$

$$234000000 = 2'34 \cdot 10^8$$

$$0'00000012 = 1'2 \cdot 10^{-7}$$

Amb la calculadora

Per introduir a la calculadora nombres en notació científica com:

$$\blacktriangleright 9,0043 \cdot 10^{13}$$

Tecleja 9 \cdot 0043 $\boxed{\text{EXP}}$ 13

Apareixerà: 9.0043^{13}

$$\blacktriangleright 6,0743 \cdot 10^{-18}$$

Tecleja 6 \cdot 0743 $\boxed{\text{EXP}}$ +/- 18

Apareixerà: 6.0743^{-18}

Si introdueixes:

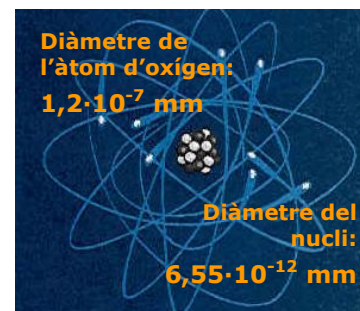
$$\blacktriangleright 900,43 \cdot 10^{13}$$

Tecleja 900 \cdot 43 $\boxed{\text{EXP}}$ 13

Apareixerà: 900.43^{13}

I prement $\boxed{=}$ surt el nre. en notació científica: 9.0043^{15}

Segons el model de calculadora la tecla indicada és $\times 10^x$



Suma i resta

$$\begin{aligned} 1,2 \cdot 10^8 + 9,3 \cdot 10^9 &= \\ &= (1,2 \cdot 10^{-1} + 9,3) \cdot 10^9 = \\ &= (0,12 + 9,3) \cdot 10^9 = \\ &= 9,42 \cdot 10^9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3,7 \cdot 10^8 - 5,3 \cdot 10^9 &= \\ &= (3,7 - 5,3 \cdot 10^{-1}) \cdot 10^8 = \\ &= (3,7 - 0,53) \cdot 10^8 = \\ &= 3,17 \cdot 10^8 \end{aligned}$$

Producte i divisió

$$\begin{aligned} 7,2 \cdot 10^8 \cdot 3 \cdot 10^7 &= 21,6 \cdot 10^{15} = \\ &= 2,16 \cdot 10^{16} \end{aligned}$$

$$8,4 \cdot 10^8 : 6 \cdot 10^{10} = 1,4 \cdot 10^{-2}$$

Operacions

Suma i Resta

Si els sumands són del mateix ordre de magnitud sumem o restem els nombres que precedeixen a les potències de 10.

Si els sumands no són del mateix ordre de magnitud es redueixen al major dels ordres, i se sumen o es resten els nombres que precedeixen a les potències de 10.

Multiplicació i divisió

Per multiplicar o dividir dos nombres en notació científica, es multipliquen o divideixen les potències i els nombres que precedeixen a les potències de 10.

En tots els casos el resultat s'expressa en notació científica.

EXERCICIS resolts

21. Escriu en notació científica:

a) $0'0000038$ Sol: $3'8 \cdot 10^{-6}$

b) 1230000000 Sol: $1'23 \cdot 10^9$

22. Escriu l'expressió decimal de:

a) $8'44 \cdot 10^8$ Sol: 844000000

b) $2'1 \cdot 10^{-4}$ Sol: $0'00021$

23. Quantes xifres decimals té el nombre:

a) $3'2 \cdot 10^{-9}$ Sol: 10

b) $7'27 \cdot 10^{-19}$ Sol: 21

24. Quantes xifres enteres té el nombre:

a) $3'2 \cdot 10^{23}$ Sol: 24

b) $1'234 \cdot 10^{54}$ Sol: 55

25. Realitza les operacions següents:

a) $3'2 \cdot 10^{23} + 1'5 \cdot 10^{22}$

Sol: $3'2 \cdot 10^{23} + 1'5 \cdot 10^{22} = (3'2 + 1'5 \cdot 10^{-1})10^{23} = (3'2 + 0'15)10^{23} = 3'35 \cdot 10^{23}$

b) $4'1 \cdot 10^{-12} - 1'5 \cdot 10^{-11}$

Sol: $4'1 \cdot 10^{-12} - 1'5 \cdot 10^{-11} = (4'1 \cdot 10^{-1} - 1'5)10^{-11} = (0'41 - 1'5)10^{-11} = -1'19 \cdot 10^{-11}$

c) $4'1 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{32}$

Sol: $4'1 \cdot 10^{12} \cdot 2 \cdot 10^{32} = 8'2 \cdot 10^{43}$

d) $\frac{6'2 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-22}}$

Sol: $\frac{6'2 \cdot 10^{23}}{2 \cdot 10^{-22}} = 3'1 \cdot 10^{45}$

e) $(6'2 \cdot 10^{23})^2$

Sol: $(6'2 \cdot 10^{23})^2 = 38'44 \cdot 10^{46} = 3'844 \cdot 10^{47}$



Per practicar

1. Calcula:

- a) $6 - 6(3 - 1)$
- b) $2 - (3 - 5(2 + 5) - 1)$
- c) $3 - 3(4 - 4(3 - 7) + 1)$
- d) $6 - (1 + 2(-3 - 1) - 5)$

2. Calcula:

- a) $6 : 2 - 2(3 - 1)$
- b) $(-16) : 2 - 3 \cdot 4$
- c) $30 : (5 - 5(2 - 3)) + 1$
- d) $4(15 : 5 - 2) : 2$

3. Indica si els següents parells de fraccions són equivalents:

- a) $\frac{3}{5}$ i $\frac{6}{10}$
- b) $\frac{4}{5}$ i $\frac{8}{9}$
- c) $\frac{3}{5}$ i $\frac{-3}{5}$

4. Troba x per tal que les fraccions siguin equivalents:

- a) $\frac{2}{3}$ i $\frac{x}{12}$
- b) $\frac{x}{3}$ i $\frac{10}{15}$
- c) $\frac{2}{x}$ i $\frac{8}{28}$

5. Escriu l'expressió decimal:

- a) $\frac{7}{5}$
- b) $\frac{5}{3}$
- c) $\frac{17}{15}$

6. Escriu la fracció generatriu:

- a) $1,\bar{2}$
- b) $3,\widehat{12}$
- c) $2,3\bar{2}$
- d) $1,92$

7. Indica quin tipus de nombre decimal és:

- a) $\frac{128}{625}$
- b) $\frac{223}{54}$
- c) $\frac{51}{27}$

8. Ordena de menor a major:

- a) $\frac{7}{4}$ i $\frac{67}{20}$
- b) $-\frac{5}{3}$ i $-\frac{3}{2}$
- c) $\frac{23}{2}$ i $\frac{34}{3}$

9. Calcula i simplifica:

- a) $\frac{7}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}$
- b) $\frac{3}{5} + 3 - \frac{1}{2}$
- c) $-\frac{2}{4} - 3 + \frac{1}{3}$
- d) $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} + 1\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{5} - 2\right)$
- e) $\left(1 - \frac{1}{3}\right) - \left(1 + \frac{1}{4}\right) + \left(1 - \frac{1}{5}\right)$

Nombres enters i racionals

10. Calcula i simplifica:

a) $\frac{7 \cdot 2 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 5}$

b) $\frac{7}{4} : \frac{2}{3}$

c) $\left(\frac{3}{4} : \frac{5}{2}\right) : \frac{1}{5}$

11. Calcula i simplifica:

a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{2}\right)$

b) $\frac{1}{4} : \left(\frac{3 \cdot 2}{2 \cdot 5}\right)$

c) $\frac{\frac{2}{5} + \frac{2}{3} \left(3 - \frac{1}{2}\right)}{\frac{2}{3}}$

d) $-\frac{4}{9} - \frac{6}{3 - \frac{1}{3}}$

12. Calcula i simplifica:

a) $1'5 + 3'7$

b) $2'3 - 3'1$

c) $3'5 : 1'7$

13. Calcula i simplifica:

a) $\left(\frac{3}{2}\right)^3$

b) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}$

c) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\left(\frac{5}{2}\right)^3\right)^2$

14. Escriu en notació científica:

a) 23'12034

b) 0'123·10¹²

15. Calcula i escriu el resultat en notació científica:

a) 2'3·10¹⁷ + 5'6·10¹⁸

b) 6'8·10⁻⁸ - 5'6·10⁻⁹

c) 2'4·10⁷·5'2·10⁻¹⁸

d) $\frac{1'24 \cdot 10^{-7}}{2'48 \cdot 10^8}$

16. La Sònia beu diàriament un litre de llet. Si la llet la compra en ampolles d'un quart de litre. Quantes ampolles ha de comprar per 14 dies?

17. Si mig quilo de fruita costa 3€, quant costaran tres quilos i mig?

18. En morir en Joan deixa una fortuna de 420.000€. A la seva dona li deixa la meitat i la resta als seus tres fills a parts iguals. Quant li toca a cadascú?

19. En un laboratori s'ha observat que la població d'un cultiu de bacteris es multiplica per 5 cada hora. Si el nombre inicial era de 1,4·10¹⁶ bacteris, quants n'hi haurà després de 5 hores?

20. Un microorganisme mesura 1,5 micres; sabent que una micra és la milionèsima part d'1 m, expressa en metres i en notació científica la longitud que ocupen 7 milions de microorganismes posats en fila.

21. Un embassament, que abasteix una població, té 107,8 dam³ d'aigua. Si una persona gasta per terme mig 770 litres d'aigua anualment, quanta població podrà abastir en un any?

Per saber-ne més



Algoritme d'Euclides per trobar el mcd de dos nombres

$$\text{M C D}(12345, 60) = 15$$

	205	1	3
12345	60	45	15
45	15	0	

El mcd de dos nombres es pot calcular dividint els nombres, després es divideix el divisor entre el residu i així fins que el residu és zero. L'últim quocient és el mcd.

Fixa't en aquests dos exemples.

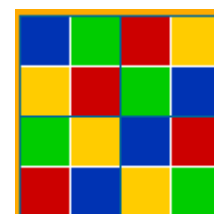
$$\text{M C D}(123456, 2346) = 6$$

	52	1	1	1	1	1	15	1	2
123456	2346	1464	882	582	300	282	18	12	6
1464	882	582	300	282	18	12	6	0	

Sudokus

A l'inici del tema es proposava un joc amb nombres, aquest tipus de passatemps s'ha fet molt popular els darrers anys. Possiblement el més famós sigui el "sudoku", que té veritables adeptes a tot el món. Sol ser un quadrat 9x9, en el qual s'han de col·locar les xifres de l'1 al 9 sense repetir a la mateixa fila o columna, ni a cada regió 3x3 en què es divideix el quadrat gran.

Aquí tens dos, 4x4, per entrenar-te, amb colors i amb nombres, són molt fàcils, que et diverteixis!



Nombres enters i racionals



Recorda
el més important

Z

Nombres enters

Nombres enters positius:

+1,+2,+3,..

Nombres enters negatius:

-1,-2,-3,-4,..

El número zero

Valor absolut

$|+a|=a$ $|-a|=a$ $|0|=0$

Oposat

Op (-4)=4 Op (4)=-4.

Q

Nombres Racionals

Són els que poden expressar-se en forma de fracció.

- Nombres enters
 - Positius
 - Negatius
 - El zero
- Nombres decimals
 - Exactes 1,23
 - Periòdics
 - Purs 1'23
 - Mixtes 1'23



Potència positiva d'un nombre enter

$$a^n = \overset{n \text{ vegades}}{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}$$

Potència positiva d'una fracció

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Potència negativa d'un nombre enter

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Potència negativa d'una fracció

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$$

Notació científica

$$N = a \cdot 10^n \quad 1 < |a| < 10$$

Autoavaluació



1. Calcular $-5(8 - 7) - 3 + 4(-9 + 3)$:
2. Quin és el valor més gran que pot tenir x per tal que el nombre $3x6$ sigui divisible per 3?
3. Troba x per tal que les fraccions $\frac{40}{x}$ i $\frac{80}{64}$ siguin equivalents.
4. Troba el període de $\frac{743}{99}$
5. Escriu en forma de fracció irreductible el nombre $6'4\overline{35}$
6. Calcular: $8'6\overline{67} - 4'\overline{8}$
7. Calcular: $\frac{3}{8} + \frac{2}{5}\left(\frac{2}{3} - 9\right)$
8. Quantes ampolles de dos terços de litre es poden omplir amb 128 litres d'aigua?
9. Calcular: $6'3 \cdot 10^5 - 6'6 \cdot 10^4$
10. Calcular: $\left(\frac{7}{6}\right)^{-1} - \left(\frac{4}{7}\right)^2$

Nombres enters i racionals

Soluciones dels exercicis per practicar

1. a) -6 b) 35
 c) -60 d) 18
2. a) -1 b) -20
 c) 4 d) 2
3. a) si b) no c) no
4. a) 8 b) 2 c) 7
5. a) $1'4$ b) $1'\widehat{6}$ c) $1'1\widehat{3}$
6. a) $\frac{11}{9}$ b) $\frac{103}{33}$
 c) $\frac{209}{90}$ d) $\frac{48}{25}$
7. a) decimal exacte
 b) periòdic mixt
 c) periòdic pur
8. a) $\frac{7}{4} < \frac{67}{20}$
 b) $-\frac{5}{3} < -\frac{3}{2}$
 c) $\frac{34}{3} < \frac{23}{2}$
9. a) $\frac{133}{60}$ b) $\frac{31}{30}$ c) $-\frac{35}{12}$
 d) $\frac{21}{10}$ e) $\frac{23}{60}$
10. a) $\frac{7}{5}$ b) $\frac{21}{8}$ c) $\frac{3}{2}$
11. a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{31}{10}$ c) $\frac{5}{12}$
12. a) $5'\widehat{3}$ b) $-0'\widehat{7}$ c) 2
13. a) $\frac{27}{8}$ b) $-\frac{8}{27}$
 c) $\frac{27}{50}$ d) $\frac{5}{2}$
14. a) $2,31203 \cdot 10^{-1}$
 b) $1,23 \cdot 10^4$
15. a) $5,83 \cdot 10^{18}$ b) $6,24 \cdot 10^{-8}$
 c) $1,248 \cdot 10^{-10}$ c) $5 \cdot 10^{-16}$
16. 56
17. 9
18. 210.000€ i 70.000€
19. $4,375 \cdot 10^{19}$
20. $1,05 \cdot 10 \text{ m}$
21. $1,4 \cdot 10^6$

Soluciones AUTOAVALUACIÓ

1. -32
2. 9
3. 32
4. 50
5. 6371/990
6. $3'7\widehat{78}$
7. $-\frac{71}{24}$
8. 282
9. $5'64 \cdot 10^5$
10. $\frac{26}{49}$

No oblidis lliurar les activitats al tutor ►