



LOGARITMES

1) Aplica la definició de logaritme per trobar:

- | | | | |
|-------------------------|---------------------------|----------------------------|----------------------------------|
| a) $\log_2 4$ | b) $\log_2 32$ | c) $\log_2 \frac{1}{8}$ | d) $\log_2 \frac{1}{2}$ |
| e) $\log_2 \sqrt[5]{8}$ | f) $\log_3 81$ | g) $\log_3 \frac{1}{27}$ | h) $\log_3 \sqrt{3}$ |
| i) $\log_4 16$ | j) $\log_{\frac{1}{3}} 9$ | k) $\log_{\frac{1}{3}} 81$ | l) $\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{3}$ |
| m) $\log 1000$ | n) $\log \frac{1}{10}$ | o) $\log 0,0001$ | p) $\log 1$ |
| q) $\log 0$ | r) $\log (-10)$ | s) $\log \sqrt[3]{10}$ | t) $\log 10$ |

2) Calcula el valor d'aquests logaritmes:

- | | | | |
|---------------------------|-----------------|-------------------------|---------------------------|
| a) $\log_a a$ | b) $\log_a a^5$ | c) $\log_a \sqrt{a}$ | d) $\log_a \sqrt[3]{a^2}$ |
| e) $\log_a \frac{1}{a^5}$ | f) $\log_a 1$ | g) $\log_a \frac{1}{a}$ | h) $\log_a (-a)$ |

3) Calcula la base dels següents logaritmes:

- | | | | |
|-----------------------|---------------------|--------------------|-----------------------------|
| a) $\log_a 10000 = 2$ | b) $\log_a 125 = 3$ | c) $\log_a 4 = -1$ | d) $\log_a 3 = \frac{1}{2}$ |
|-----------------------|---------------------|--------------------|-----------------------------|

4) Aplicant la definició de logaritme, calcula x en:

- | | | |
|---------------------------------------|--|--------------------------------------|
| a) $\log_2 \frac{\sqrt[4]{2}}{4} = x$ | b) $\log_{\frac{\sqrt{2}}{2}} \sqrt[5]{8} = x$ | c) $\log_x \sqrt{7^3} = \frac{2}{3}$ |
| d) $\log_2 2\sqrt{2} = x$ | e) $\log_x 5 = -2$ | f) $\log_7 (\sqrt{7} x) = 2$ |

5) Aplica les propietats dels logaritmes i expressa en funció del **log 2** i/o del **log 3** els següents logaritmes:

- | | | |
|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| a) $\log 12$ | b) $\log 0,0125$ | c) $\log 3,3$ |
| d) $\log 0,5\sqrt{3}$ | e) $\log \sqrt[5]{16}$ | f) $\log \sqrt[3]{0,6}$ |

6) Expressa en funció del **log 2** i del **log 3** els següents logaritmes:

- | | | |
|---------------|----------------|---------------|
| a) $\log_2 9$ | b) $\log_5 16$ | c) $\log_5 3$ |
|---------------|----------------|---------------|

7) Calcula el valor de x en els següents casos:

- | | | |
|----------------------------------|--------------------------------|---|
| a) $x = \log_2 3 \cdot \log_3 2$ | b) $x = \log_2 (3^{\log_3 2})$ | c) $\log_2 3 = \log_2 5 \cdot \log_x 3$ |
|----------------------------------|--------------------------------|---|

8) Vertader o fals? Per què?

- | | |
|---------------------------------|--------------------------------|
| a) $\log 2 + \log 3 = \log 5$ | b) $\log 2 + \log 3 = \log 6$ |
| c) $\log 15 - \log 5 = \log 10$ | d) $\log 15 - \log 5 = \log 3$ |



9) Vertader o fals? Per què?

a) $\log 2x + \log 1 = \log (2x + 1)$

b) $\log x + \log 10 = \log 3 \Leftrightarrow 10x = 3$

c) $\log x + \log 7 = \log y \Leftrightarrow x + 7 = y$

10) Resol les següents equacions logarítmiques:

a) $\log x + \log 4 = 0$

b) $\log (x + 5) = \log x + \log 5$

c) $\log x = \log 2 + 2 \cdot \log (x - 3)$

d) $2 \cdot \log x - \log 3 = 1$

e) $\log (6x - 4) + \log (x - 7) = 2$

f) $\log (5x + 4) - \log 2 = \frac{1}{2} \cdot \log (x + 4)$

g) $\log (2x + 8) + \log (x + 8) = 1$

h) $\log (5x + 2) - \log (3x + 20) = -1$

i) $\log_x 100 - \log_x 25 = 2$

j) $\log \sqrt{7x + 4} + \log \sqrt{2x - 2} = 1$

k) $\log \sqrt{8x + 2} - \log \sqrt{x - 4} = 1 - \log 2$

l) $\frac{\log (7 + x^2)}{\log (1 + x)} = 2$

11) Resol les següents equacions exponencials:

a) $10^x = 8$

b) $2^x = 5$

c) $3^x = 4$

d) $9^x = 10$

12) Resol les següents equacions exponencials:

a) $(\sqrt{2})^x = 2^{x+1}$

b) $2^{1-x^2} = \frac{1}{8}$

c) $5^{2x-1} = 25^{x^2-\frac{1}{4}}$

d) $10^{3-x} = 1$

e) $4^{x+3} = \frac{1}{2^x}$

f) $8^{2x} = 4 \cdot 2^{3x}$

13) Resol les següents equacions exponencials:

a) $2^{x-1} + 2^x + 2^{x+1} = 7$

b) $3^{x-1} + 3^x + 3^{x+1} = 117$

c) $3^x + 3^{1-x} = 4$

d) $10 \cdot 3^x - 5 \cdot 3^{x-1} - 3^{x+2} = -54$

e) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$

f) $9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81 = 0$

g) $3 \cdot 4^x - 7 \cdot 2^x - 20 = 0$

h) $5 \cdot 25^x - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

i) $4^{x-1} - 2^{x+2} = 128$

j) $3^{2(x+1)} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$

k) $7 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^{x+1} + 6 \cdot 2^{x-3} = -72$

l) $4 \cdot 2^{-3x} - 5 \cdot 2^{-x} + 2^x = 0$

14) Resol els següents sistemes exponencials:

a) $\begin{cases} 5^{x+y} = 25^3 \\ 5^{x-y} = 25 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{3^{2x}}{3^y} = \sqrt{3^{10}} \\ 3^{2x} \cdot 3^y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2^{2x} \cdot 8^y = 128 \\ 3^{x-1} \cdot 3^{2y} = 27 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -6 \\ 4 \cdot 2^x - 3 \cdot 3^y = -11 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2^x - 3^{y-1} = 5 \\ 2^{x+1} + 8 \cdot 3^y = 712 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 24 \\ 2^x \cdot 2^y = 128 \end{cases}$



15) Resol els següents sistemes logarítmics:

a)
$$\left. \begin{array}{l} x - 5y = 15 \\ \log x - \log y = 1 \end{array} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} 2x - y = -10 \\ \log x + \log y = 3 \end{array} \right\}$$

c)
$$\left. \begin{array}{l} x - y = 9 \\ \log x + 2 \cdot \log y = 1 \end{array} \right\}$$

d)
$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot \log x - \log y = 9 \\ \log x + 3 \cdot \log y = 1 \end{array} \right\}$$

e)
$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot \log x - 3 \cdot \log y = 7 \\ \log x + \log y = 1 \end{array} \right\}$$

f)
$$\left. \begin{array}{l} \log_x (y + 3) = 1 \\ \log_x (2y - 1) = 1 \end{array} \right\}$$

16) Resol els següents sistemes:

a)
$$\left. \begin{array}{l} 8^{2x+y} = 4^{x-5y} \\ \log(x - y) = 3 \end{array} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} \log(x + y) + \log(x - y) = \log 56 \\ \frac{2^x}{2^y} = 16 \end{array} \right\}$$

Problemes

17) Una entitat bancària ofereix un interès compost anual del 4% per als depòsits inicials ingressats quan s'obri un nou compte. Quants anys cal deixar depositada una quantitat

perquè es duplique? Utilitza: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{100}\right)^t$, t en anys.

18) Per calcular el nivell de soroll d'un determinat lloc es pot utilitzar la fórmula:

$$S = 10 \cdot (\log I + 12),$$

on **S** és la sensació de sonoritat, mesurada en decibels, i **I** és la intensitat del so mesurada en watts/m².

a) La intensitat d'una conversa normal entre dues persones és $2 \cdot 10^{-8}$ w/m². A quants decibels equival?

b) A l'interior d'una discoteca s'han mesurat 120 decibels. Quina és la intensitat del so que hi ha en eixe lloc?

c) La legislació prohibeix que la sensació de sonoritat supere, durant la nit, els 55 decibels. Si Joan fica música a les 12 de la nit a una intensitat de $6 \cdot 10^{-6}$ w/m², està incomplint la llei?

19) El terratrèmol de San Francisco de l'any 1906 tingué una magnitud de 8,2 en l'escala de Richter, i el terratrèmol de l'any 1989 una magnitud de 6,9 en eixa escala.

Quantes vegades va ser més potent el de 1906 que el de 1989?

(Utilitza: $M = \log P$ sent **M** = grau o magnitud i **P** = potència)

20) Espanya ha sofert dotze grans terratrèmols al llarg de la seva història dels quals quatre han sigut a la Comunitat Valenciana, per exemple el de Torrevella a l'any 1829.



El sud de la nostra comunitat té un **risc alt** de sofrir-ne. L'últim terratrèmol produït a Elx va ser el 11/2/2001 amb una magnitud de 2,6 en l'escala de Richter. Si l'últim terratrèmol al Japó ha tingut una magnitud de 8,9 en la mateixa escala, quantes vegades més potent ha sigut el de Japó que el d'Elx?

(Utilitza la fórmula $M = \log P$, sent $M =$ grau o magnitud, $P =$ potència)

SOLUCIONS

1. a) 2 b) 5 c) -3 d) -1 e) 3/5 f) 4 g) -3 h) 1/2 i) 2 j) 2 k) -4 l) -1/2 m) 3 n) -1 o) -4 p) 0 q) $\frac{1}{3}$ r) $\frac{1}{3}$ s) 1/3 t) 1
2. a) 1 b) 5 c) 1/2 d) 2/3 e) -5 f) 0 g) -1 h) $\frac{1}{3}$
3. a) $a = 100$ b) $a = 5$ c) $a = 1/4$ d) $a = 9$
4. a) -7/4 b) -6/5 c) $49\sqrt[4]{7}$ d) 3/2 e) $\sqrt{5}/5$ f) $7\sqrt{7}$
5. a) $2 \cdot \log 2 + \log 3$ b) $-3 \cdot \log 2 - 1$ c) $1 - \log 3$ d) $4 \cdot \log 2 - \log 3 - 1$ e) $\frac{4}{5} \log 2$ f) $\frac{\log 2 + \log 3 - 1}{3}$
6. a) $\frac{2 \log 3}{\log 2}$ b) $\frac{4 \log 2}{1 - \log 2}$ c) $\frac{\log 3}{1 - \log 2}$
7. a) 1 b) 1 c) 5
8. a) Fals, perquè $\log 2 + \log 3 = \log 6$ b) Vertader c) Fals, perquè $\log 15 - \log 5 = \log 3$ d) Vertader
9. a) Fals, perquè $\log 2x + \log 1 = \log 2x$ b) Fals, perquè $\log x + \log 10 = 3 \Leftrightarrow 10x = 10^3$ c) Fals, perquè $\log x + \log 7 = \log y \Leftrightarrow 7x = y$
10. a) $x = 1/4$ b) $x = 5/4$ c) $x = 9/2$ d) $x = \sqrt{30}$ e) $x = 9$ f) $x = 0$ g) $x = -3$ h) $x = 0$ i) $x = 2$ j) $x = 3$ k) $x = 6$ l) $x = 3$
11. a) $x = 0,9030$ b) $x = 2,3221$ c) $x = 1,2616$ d) $x = 1,0479$
12. a) $x = -2$ b) $x = 2$; $x = -2$ c) $x = 1/2$ d) $x = 3$ e) $x = -2$ f) $x = 2/3$
13. a) $x = 1$ b) $x = 3$ c) $x = 0$; $x = 1$ d) $x = 4$ e) $x = 10$ f) $x = 2$ g) $x = 2$ h) $x = 1$; $x = -1$ i) $x = 5$ j) $x = 1$; $x = -2$ k) $x = 5$ l) $x = 1$; $x = 0$
14. a) $x = 4$, $y = 2$ b) $x = 3/2$, $y = -2$ c) $x = 2$, $y = 1$ d) $x = 2$, $y = 2$ e) $x = 5$, $y = 4$ f) $x = 3$, $y = 4$; $x = 4$, $y = 3$
15. a) $x = 30$, $y = 3$ b) $x = 20$, $y = 50$ c) $x = 10$, $y = 1$ d) $x = 10^4$, $y = 10^{-1}$ e) $x = 10^2$, $y = 10^{-1}$ f) $x = 7$, $y = 4$
16. a) $x = 13000/17$, $y = -4000/17$ b) $x = 9$, $y = 5$
17. $\approx 17,7$ anys
18. a) $S \approx 43$ decibels b) $I = 1 \text{ w/m}^2$ c) $S = 67,78$ decibels $> 55 \Rightarrow$ Sí està incomplint la llei
19. \approx unes 20 vegades més potent
20. \approx unes 1995262 vegades més potent