INSTITUT JAUME MIMÓ

MATEMÀTIQUES

TREBALL D'ESTIU

3R ESO

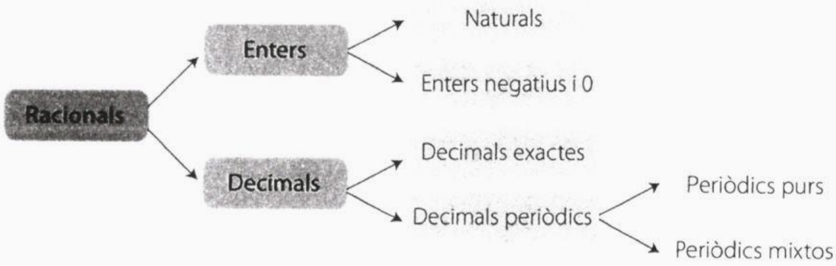
NOM I COGNOMS ______________________________

PROFESSOR/A ______________________________

CURS 2013-14 GRUP ______

Nombres racionals

4. *a*) Classifica segons l'esquema cadascun dels nombres següents:



−4: .... 1,2333...: ....

3,25: .... 4,161616...: ....

4: .... 0: ....

$5,\widehat{2}$: .... $-5,5\widehat{2}$: ....

> Quan dividim el numerador d'una fracció entre el denominador, podem obtenir un nombre **enter**, si el numerador és múltiple del denominador; o bé un nombre **decimal**, que pot ser **exacte, periòdic pur** o **periòdic mixt**.
>
> Els nombres enters, els nombres decimals exactes i els nombres decimals periòdics formen els **nombres racionals**.

b) Expressa les fraccions següents en forma de nombre decimal i indica en cada cas de quin tipus de decimal es tracta:

$\frac{15}{8} =$ .... Decimal ....

$\frac{14}{15} =$ .... Decimal ....

$-\frac{10}{44} =$ .... Decimal ....

$\frac{32}{22} =$ .... Decimal ....

$\frac{-7}{3} =$ .... Decimal ....

c) Amb l'ajut de la calculadora i utilitzant com a denominador només els nombres 2, 3, 5 o 6, escriu en cada cas tres fraccions:

- equivalents al nombre 0: ....
- equivalents a un decimal exacte: ....
- equivalents a un decimal periòdic pur: ....
- equivalents a un decimal periòdic mixt: ....

Multiplicació i divisió de nombres racionals

7. *a*) Calcula, simplificant abans d'efectuar els productes i els quocients:

$$8\cdot\frac{5}{4}\cdot\frac{6}{5}\cdot\frac{7}{8}=$$

$$\frac{12}{30}\cdot\frac{25}{8}:\frac{15}{4}=$$

$$\frac{3}{8}\cdot\frac{(-1)}{6}+\frac{(-5)}{4}:\frac{1}{2}=$$

$$\frac{5}{8}+\frac{3}{4}:\frac{9}{6}-\frac{1}{12}=$$

El **producte de dos nombres racionals** és un altre nombre racional, el numerador del qual és el producte dels numeradors, i el denominador, el producte dels denominadors. Si és possible, cal simplificar abans d'efectuar els productes dels numeradors i dels denominadors.

La **divisió entre dos nombres racionals** és un altre nombre racional, que s'obté multiplicant el primer per l'invers del segon.

b) Efectua les operacions següents tenint en compte les prioritats que atorguen els parèntesis:

$$3\cdot\left(\frac{5}{3}-\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}-3\right)=$$

$$\left(\frac{5}{8}+\frac{3}{4}\right):\left(\frac{7}{9}-\frac{1}{12}\right)=$$

$$\frac{2}{5}-\frac{2}{5}\left(1-\frac{1}{2}\right)=$$

$$\frac{1}{5}\left(2+\frac{1}{3}\right)-4:\frac{4}{3}+\frac{2}{3}\left(\frac{3}{5}+1\right)=$$

c) Efectua aquestes divisions de nombres racionals (recorda que primer has de calcular el numerador i el denominador per separat):

$$\frac{\frac{4}{5}+\frac{1}{3}}{\frac{4}{5}-\frac{1}{3}}=$$

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}}{\frac{1}{13}\left(-\frac{1}{4}+2\right)}=$$

9. *a*) Expressa en forma de fracció els següents nombres racionals, representa'ls a la recta i ordena'ls de petit a gran (utilitza el símbol <):

$-1,\widehat{3} =$ $\qquad$ $1,2 =$

$-1,25 =$ $\qquad$ $1,1\widehat{6} =$

.... < .... < .... < ....

Per **ordenar i comparar** dos nombres racionals es poden establir diferents criteris:

a) observar la posició que correspon a cadascun sobre la recta numèrica

b) comparar el seus valors decimals

c) expressar-los amb el mateix denominador

d) si $\frac{c}{d} - \frac{a}{b} > 0$ llavors podem afirmar que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$

b) Compara el valor decimal dels següents nombres racionals i ordena'ls en sentit decreixent:

$\frac{11}{6} =$ $\qquad$ $-\frac{17}{9} =$ $\qquad$ $\frac{9}{5} =$

$1,8\widehat{2} =$ $\qquad$ $-1,82 =$

.... > .... > .... > .... > ....

c) Expressa els nombres racionals següents amb el mateix denominador i ordena'ls en sentit creixent:

$\frac{11}{9} =$ $\qquad$ $-\frac{5}{3} =$ $\qquad$ $\frac{8}{5} =$ $\qquad$ $-\frac{9}{4} =$

.... < .... < .... < ....

d) Escriu el símbol <, > o = que correspongui entre els parells de nombres següents:

$0,2\widehat{3}$ .... $0,\widehat{23}$ $\qquad$ $-1,4$ .... $-1,\widehat{4}$ $\qquad$ $2,\widehat{3}$ .... $2,3$

$5,\widehat{12}$ .... $5,12$ $\qquad$ $-3,3\widehat{6}$ .... $-3,36$ $\qquad$ $-0,8$ .... $-0,\widehat{88}$

$1,49$ .... $1,5$ $\qquad$ $-1,4\widehat{9}$ .... $-1,5$ $\qquad$ $-1,\widehat{49}$ .... $-1,5$

Potenciació de nombres racionals

10. *a)* Recorda la regla dels signes en les potències i determina el signe que tindrà cada una si *a* és un nombre positiu:

a^2: $(-a)^2$: $(-a)^4$: a^0: $(-a)^0$:

El resultat de la **potència** d'un nombre racional d'exponent enter és un altre nombre racional.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \text{ i } \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n} \text{ per } \frac{a}{b} \neq 0 \text{ i } n \text{ natural}$$

b) Calcula les potències següents aplicant la definició:

$\left(\frac{1}{3}\right)^4 =$ $\left(\frac{1}{3}\right)^0 =$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 =$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 =$

$(-3)^4 =$ $(-3)^3 =$ $(-3)^2 =$ $-(-3)^3 =$

c) Expressa amb exponent positiu cada potència i calcula-la :

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} =$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}$

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$ $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-1}$

$(-3)^{-4} =$ $(-3)^{-3} =$

$-(3)^{-2} =$ $-(-3)^{-3} =$

d) Aplica les propietats de les potències i calcula:

$$\left(\frac{-1}{2}\right) \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^5 =$$

$$\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^3 =$$

3. *a*) Agrupa tots els termes amb la incògnita en un membre de l'equació i tots els termes numèrics en l'altre i determina la solució de les equacions següents:

$3+5x=1-2x$

$17=2-3x$

$6x-45=9$

$x-2+7x=0$

$5x-2=1-7x+12$

$24+24x=24+25x$

Resoldre una equació de primer grau amb una incògnita és trobar el valor numèric de la incògnita que verifica la igualtat.

b) Aplica la propietat distributiva per treure els parèntesis i transposa termes per resoldre les equacions següents:

$3(x+2)=4-7(x+4)$

$5(x-3)=10$

$1-3x=4x+5-(4-x)$

$15x-5(x-1)=120-5x$

$7+3(2+x)-3x=9+2x$

$4-2(x+3)=13-5(x+4)$

c) Per resoldre les equacions següents, aplica la propietat fonamental de les fraccions equivalents (si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$, llavors es verifica que $a\cdot d=b\cdot c$).

$\frac{x-1}{4}=\frac{x-2}{3}$

$\frac{x-1}{3}=\frac{2x+4}{5}$

$5-2x=\frac{x+3}{2}$

$\frac{x+1}{x-1}=2$

2. *a*) Donada la igualtat $3(m + 1) - 5 = 4 + 2(m - 1)$:

Substitueix m per 4 a cada membre de la igualtat i fes els càlculs.

....

Substitueix m per -4 a cada membre de la igualtat i fes els càlculs.

....

Què observes? ....

....

Una **equació** és una igualtat algèbrica que només es compleix per a un valor determinat de la lletra (**incògnita**) que apareix en els seus membres.

El **grau** d'una equació fa referència a l'exponent al qual està elevada la incògnita.

La **solució** d'una equació és el valor numèric de la incògnita que verifica la igualtat algèbrica.

Si dues equacions tenen les mateixes solucions, direm que són **equivalents**.

b) Comprova quins dels valors següents són solució de l'equació $3x^2 + 5x = 4 + x$.

$x = -2$.

$x = 5$.

$x = \frac{2}{3}$.

$x = -1$.

c) Comprova que $x = 3$ és una solució de l'equació $(x - 1)(x + 2)(x - 3) = 0$ i busca'n dues solucions més.

d) Busca quins nombres són solució de les equacions següents i indica quines equacions són equivalents:

A. $6 + x = 12$ *B*. $24 = 3x$ C. $\frac{x+4}{5} = 2$

D. $\frac{36}{9} = \frac{x}{4}$ *E*. $2(x + 2) = 16$ *F*. $x^2 - 6 = 30$

G. $x + 10 = 2x - 2$ *H*. $20 = 2x + 4$ *I*. $x(x + 2) = 80$

d) Efectua primer les potències i els productes per resoldre les equacions següents:

$(x+2)(x-2)=3+(x-1)(x+4)$

$10-x^2=4x-(x-3)^2$

$(x-2)^2-(x+2)(x-3)=x-2$

$4x(3-x)=-3x-(2x+3)^2$

$(1-x)(2x-5)=(x+4)(3-2x)$

e) Aïlla la lletra *x* de les fórmules següents:

$Ax=B-C$ $\quad A=xB-C$ $\quad A=B(x+C)$

$Ax+B=C$ $\quad A(x-B)=C$ $\quad A+x=B+C$

$A=x+B$ $\quad A-Bx=C$ $\quad A=B-x$

f) Aïlla la lletra *y* de les fórmules següents:

$\frac{y}{A}=B$ $\quad A=\frac{b}{y}$ $\quad \frac{y-A}{B}=C$

$\frac{A+y}{B}=C$ $\quad \frac{A+By}{C}=D$ $\quad A=\frac{B-Cy}{D}$

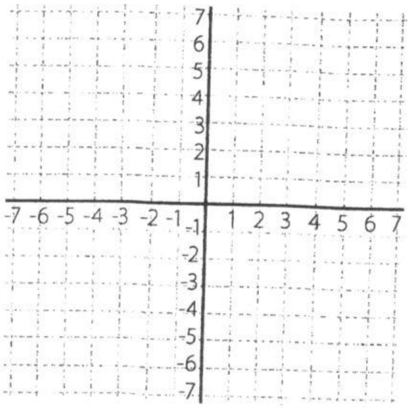
$\frac{A(y+B)}{C}=D$ $\quad \frac{A}{y+B}=C$ $\quad A-\frac{B}{y}=C$

Sistemes de dues equacions de primer grau amb dues incògnites. Resolució gràfica

6. *a*) Completa la taula de solucions per a cada equació i representa gràficament les solucions als mateixos eixos.

$2x+y=7$			Punt
$x=1$	$2\cdot 1+y=7$	$y=$	
$x=3$			

$x-y=-1$			Punt
$x=0$			
$x=-2$			

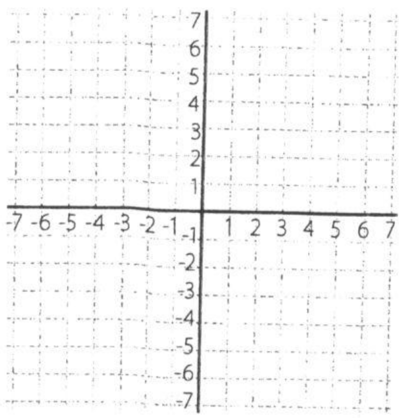


Resoldre un **sistema de dues equacions de primer grau amb dues incògnites** consisteix a trobar els valors d'aquestes incògnites que verifiquen a la vegada les dues equacions.

Quan trobem la solució del sistema a partir de la representació gràfica de les solucions de cadascuna de les equacions, diem que **hem resolt el sistema gràficament**.

b) Busca dues solucions de cada equació i resol gràficament el sistema format per les equacions $x-y=-4$ i $6x-y=1$.

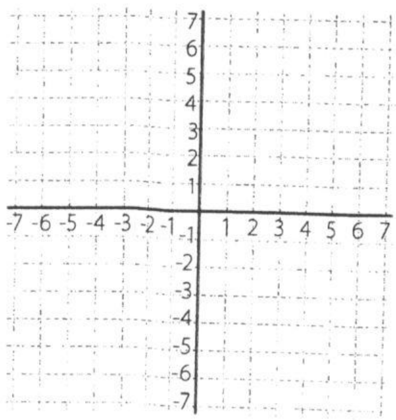
$x-y=-4$			Punt
$x=$			
$x=$			
$6x-y=1$			Punt
$x=$			
$x=$			



La solució del sistema és el punt P (.........., ...).

c) Resol gràficament el sistema $\begin{cases} 3x+y=5 \\ x-2y=4 \end{cases}$

			Punt
$x=$			
$x=$			
			Punt
$x=$			
$x=$			



La solució del sistema és el punt P (.........., ...).

c) Resol els sistemes següents per igualació aïllant la incògnita que s'indica:

$$\begin{cases} x-3y=-1 \\ 3x-4y=2 \end{cases}$$ (Aïlla *x*.)

$$\begin{cases} 2x+y=3 \\ 5x+y=9 \end{cases}$$ (Aïlla *y*.)

d) Resol els sistemes següents per substitució aïllant la incògnita que s'indica:

$$\begin{cases} 3x+y=3 \\ x-2y=11 \end{cases}$$ (Aïlla *x* de la segona.)

$$\begin{cases} 5x-y=7 \\ 3x+2y=12 \end{cases}$$ (Aïlla *y* de la primera.)

e) Efectua les operacions que calgui en cada equació i expressa-la de la forma $ax+by=c$; després, utilitza el mètode indicat per resoldre algèbricament el sistema:

Reducció $$\begin{cases} 4x+3(y-1)=5 \\ 3(y+1)=2x-1 \end{cases}$$

Substitució $$\begin{cases} x=2y+1 \\ \dfrac{2x-1}{3}-\dfrac{2y-3}{2}=\dfrac{5}{2} \end{cases}$$

Igualació $$\begin{cases} \dfrac{3x-2}{2}+y=-1 \\ \dfrac{y+2}{2}+x=1 \end{cases}$$

f) Resol el sistema següent amb el mètode que prefereixis:

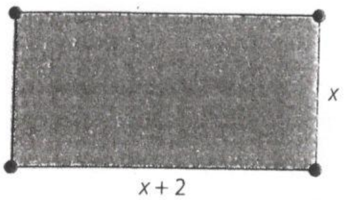
$$\begin{cases} \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{5}-\dfrac{1}{15} \\ 2x-\dfrac{3(2-x)}{2}+\dfrac{5y}{2}=2(y-2)+\dfrac{3}{2} \end{cases}$$

Equacions de segon grau

3

Equacions de segon grau

1. *a)* Un pati rectangular té 2 metres més de llargada que d'amplada i la seva superfície és de 120 m^2. Quines són les dimensions del pati?



llargada del pati ⇒ ....

amplada del pati ⇒ ....

- Escriu l'equació que ens dóna la superfície del pati: ....
- Determina si les mesures següents són solucions d'aquest problema:

$x = 5$ m: ....

$x = 8$ m: ....

$x = 10$ m: ....

> Una equació és de **segon grau** si l'exponent més gran de la incògnita és 2.
>
> **Resoldre una equació de segon grau** consisteix a buscar el valor numèric o els valors numèrics de la incògnita que verifiquen la igualtat, és a dir, a trobar-ne les solucions.

b) Efectua les operacions, redueix termes semblants i digues si les igualtats següents són equacions de segon grau:

$(x - 2)(x + 2) = (x + 1)(x - 3) + 2x - 1$: ....

....

$(x + 2)(x - 2) = (x + 1)(x - 3) + 5$: ....

....

$(x + 2)(x - 2) = (x + 1)(x - 3) + 6$: ....

....

c) Determina quins dels nombres següents són solució de l'equació de segon grau de l'apartat anterior:

$x = 0$: ....

$x = 2$: ....

$x = 4$: ....

$x = -2$: ....

Equacions del tipus $ax^2 + bx = 0$

3. *a)* Efectua les operacions, agrupa tots els termes al primer membre de la igualtat i extreu factor comú:

$m(m+1)-2m(m+3)=0$ $\qquad$ $4m^2+m=3m-2m^2$ $\qquad$ $\dfrac{m+4}{m}=\dfrac{m-8}{2m}$

Per resoldre una equació de segon grau del tipus $ax^2 + bx = 0$ cal extreure factor comú x. D'aquesta manera, obtenim un producte de dos factors iguals a zero. N'hi ha prou que un sigui zero perquè sigui certa la igualtat.

$$ax^2+bx=0 \Rightarrow x(ax+b)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=0 \\ ax+b=0 \rightarrow x_2=\dfrac{-b}{a} \end{cases}$$

Les equacions d'aquest tipus sempre tenen dues solucions, una de les quals sempre és zero.

b) Extreu factor comú i resol les equacions següents:

$2x^2 - 3x = 0$

$9x - x^2 = 0$

$x - 4x^2 = -8x$

c) Resol les equacions:

$x^2-3x+2=2(1-x)$

$3(12-x)=(x-6)^2$

$(x-3)(x+3)+(x+4)(x-1)+13=0$

$\dfrac{x(x+1)}{4}-\dfrac{x-2}{2}=1$

Equacions del tipus $(rx + p)^2 = q$ amb $r \neq 0$

5. *a*) Resol l'equació $(x + 2)^2 = 9$. Per fer-ho segueix aquests passos:

Extreu-ne l'arrel quadrada i obtindràs dues igualtats. Quin tipus d'equació és cada igualtat?

$$x+2=\pm\sqrt{\dots\dots} \Rightarrow \begin{cases} x+2=\dots\dots \\ x+2=\dots\dots \end{cases}$$

- Resol cada una de les equacions i troba les dues solucions de l'equació inicial.

Les equacions del tipus $(rx + p)^2 = q$ es resolen extraient l'arrel quadrada dels dos membres de la igualtat. El nombre de solucions d'una equació d'aquest tipus depèn del valor numèric de q:

- Si $q > 0$, l'equació té dues solucions diferents.
- Si $q = 0$, l'equació té dues solucions iguals, és a dir, solució doble.
- Si $q < 0$, l'equació no té solució.

b) Aplica el mateix sistema per resoldre les equacions:

$(2x - 1)^2 = 25$

$(4 - 2x)^2 = 0$

$(x + 4)^2 + 12 = 0$

c) Resol les equacions següents sense desenvolupar el quadrat:

$$(x+1)^2 = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{x+1}{2}\right)^2 = 9$$

$$\left(\frac{2x-1}{3}\right)^2 - \frac{1}{4} = 0$$

$$\left(3x - \frac{2x-5}{10}\right)^2 - 36 = 0$$

$$(2-5x)^2 = 2(x+1) - \frac{8x-1}{4}$$

$$\left(\frac{x}{6}-1\right)^2 + 2(x-8) = 2(x+2) - 4(1-x)$$

Equació general

6. *a*) Resol l'equació $\dfrac{(x+1)+(x+2)(x+3)}{4}-(x+1)=\dfrac{11x+2}{6}$. Per fer-ho:

Efectua les operacions que calgui per eliminar els parèntesis. Multiplica pel m. c. m. per eliminar els denominadors. Transposa termes i iguala a 0.

Per resoldre una equació de segon grau **completa**, de la forma $\boldsymbol{ax^2+bx+c=0}$:

- Identifiquem els coeficients a, b i c.
- Substituïm els coeficients en la fórmula $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$.
- Efectuem les operacions i obtenim les dues solucions de l'equació, x_1 i x_2.

b) Aplica la fórmula anterior per resoldre les equacions següents.

$x^2-7x-18=0$

$3x^2+15x+18=0$

$6x^2-5x-1=0$

$x^2-5x+12=0$

c) Aplica la fórmula anterior per resoldre aquests equacions.

$4x^2-4x+1=0$

$x^2+10x+25=0$

$-x^2+6x-9=0$

- Què observes? ....

d) Aplica la fórmula anterior per resoldre aquestes equacions.

$2x^2+5x+8=0$

$x^2-3x+6=0$

$10-6x+2x^2=0$

- Què observes? ....

e) Efectua els parèntesis i resol les equacions següents:

$(2x+1)^2-6=(x+1)(x-1)+(x+2)^2$

$3(x^2-2)+4x(x-5)+2(5x+3)+10x=0$

$3x^2-x(2x-3)+7(x+3)+4=0$

f) Elimina els denominadors i resol aquestes equacions:

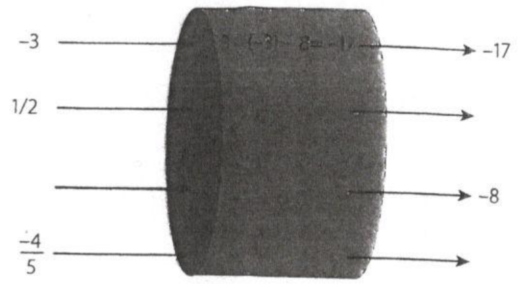
$$\frac{2x^2-1}{2}-\frac{x-1}{3}=\frac{-2-7x}{6}$$

$$\frac{x-2}{4}=\frac{3}{x-2}$$

$$\frac{3x-2}{3}+\frac{x+4}{6}-\frac{x(x+5)}{2}=0$$

Imatges i antiimatges d'una funció

3. *a)* En Pere té una màquina que converteix cada nombre que hi entra en el seu triple menys 8. Omple els espais buits.



Per trobar **la imatge** d'un nombre per una funció, cal substituir la x de l'expressió algèbrica pel nombre donat i calcular el valor numèric corresponent.

Per trobar **l'antiimatge** d'un valor per a una funció, cal substituir $f(x)$ o y a l'expressió algèbrica per aquest valor i resoldre l'equació que en resulta.

Exemple: Considerem la funció $f(x) = x^2 - 3x + 1$

Imatge de 4

$f(4) = 4^2 - 3 \cdot 4 + 1 = 5$

La imatge de 4 és el 5.

Antiimatge d'1

$1 = x^2 - 3x + 1; x(x - 3) = 0$

$x = 0; x = 3$

Les antiimatges de l'1 són el 0 i el 3.

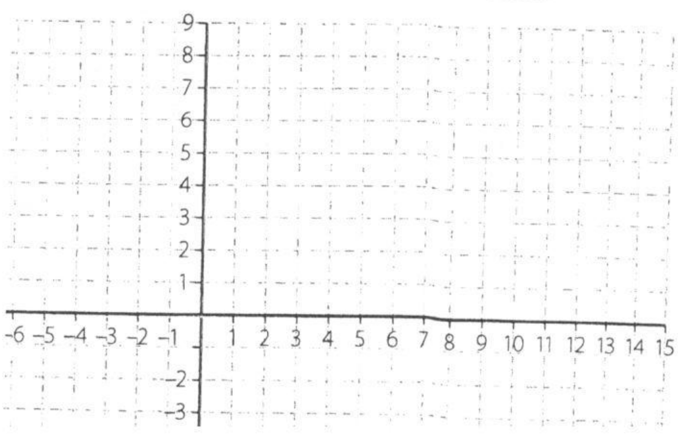
b) Donada la funció $f(x) = \dfrac{-x}{2} + 5$:

Calcula les imatges de	Calcula les antiimatges de
−4	$\frac{13}{2}$ ....
2	$\frac{11}{2}$ ....
0	4 ....
1	3 ....
3	

Completa la taula de valors

x	−4		−2		0	1		3	
y		$\frac{13}{2}$		$\frac{11}{2}$			4		3

Representa la funció gràficament:

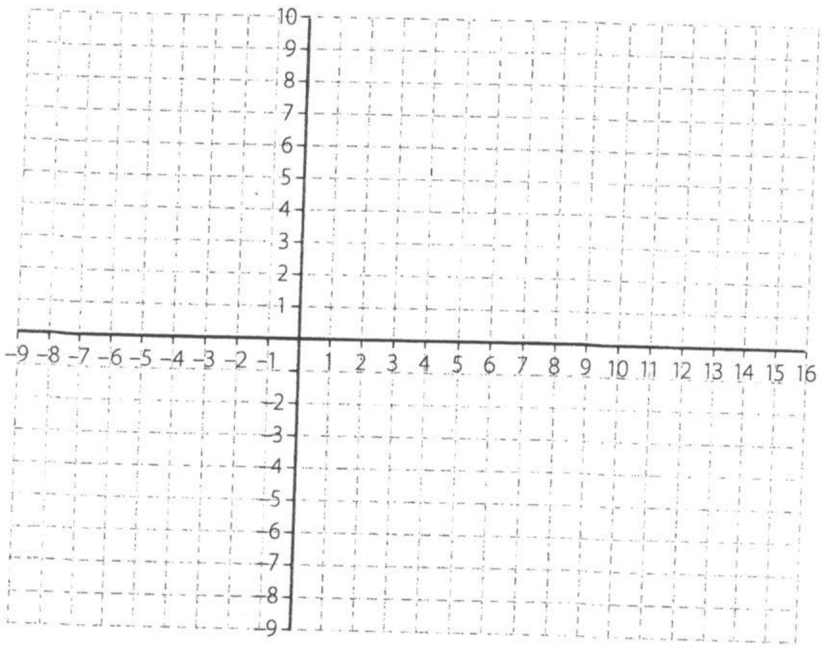


La funció afí

5. *a*) Fes una taula de valors de les funcions següents i representa-les gràficament, en els mateixos eixos de coordenades.

$f(x) = 2x - 1$	x							
	y							

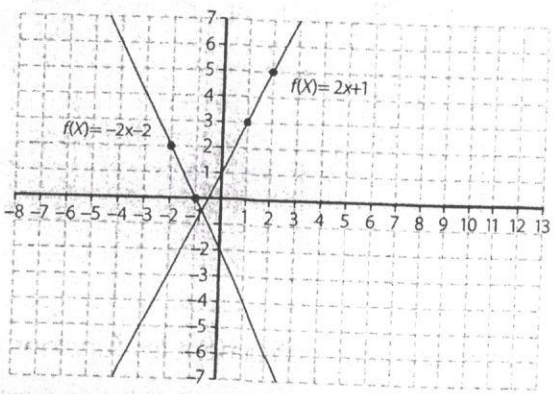
$f(x) = 2x + 2$	x							
	y							



Una **funció afí** relaciona els valors de les variables independent i dependent segons l'expressió $f(x) = mx + b$; m i b són nombres reals diferents de zero.

Propietats:

- La gràfica és una recta.
- No passa pel punt $O(0, 0)$.
- Si $m > 0$, la recta és creixent.
- Si $m < 0$, la recta és decreixent.



b) Les tarifes d'un taxi són 2 € per la baixada de bandera i 0,9 €/km. Escriu l'expressió algèbrica de la funció que relaciona l'import a pagar (I) i els kilòmetres (K).

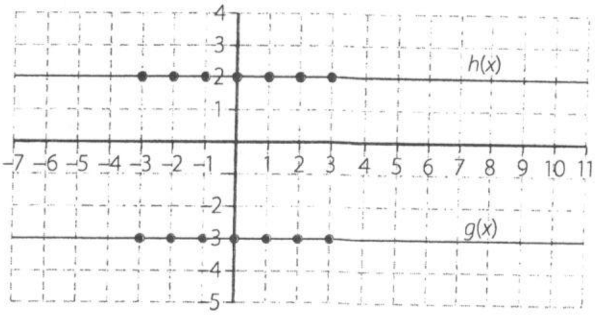
- Expressió algèbrica: ....
- Quin tipus de funció és? ....
- Quant costarà un viatge de 2,5 km? ....
- Si un viatge ha costat 5,6 €, quants kilòmetres s'ha fet? ....

La funció constant

6. *a)* Observa les gràfiques de les funcions $g(x)$ i $h(x)$. Completa les taules de valors.

x	−3	−2	0	2	3
$g(x)$	−3	−3	−3	−3	−3

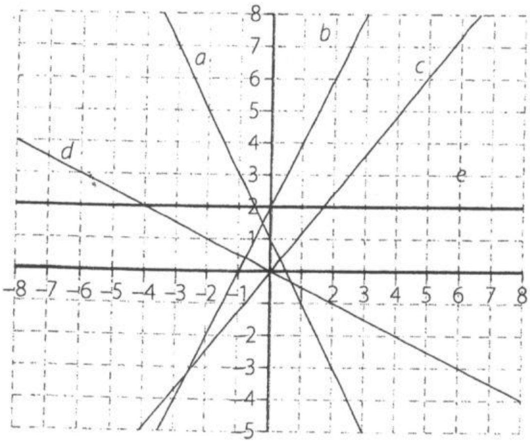
x	−3	−2	0	2	3
$h(x)$	2	2	2	2	2



- Per qualsevol valor de la variable x la funció $g(x)$ és igual a ....
- Per qualsevol valor de la variable x la funció $h(x)$ és igual a ....

Una **funció constant** té com a expressió algèbrica $f(x) = b$ i la seva representació gràfica és una recta paral·lela a l'eix de les abscisses.

b) Completa la taula.



	Tipus de funció	Creixent/ decreixent
a		
b		
c		
d		
e		

c) Dibuixa sobre la gràfica de l'apartat anterior les funcions següents:

- Una funció *f* constant qualsevol.

  L'expressió de la funció *f* és $f(x) =$ ....

- La funció $p(x) = 2x - 2$.

  La funció *p* és creixent o decreixent? ....

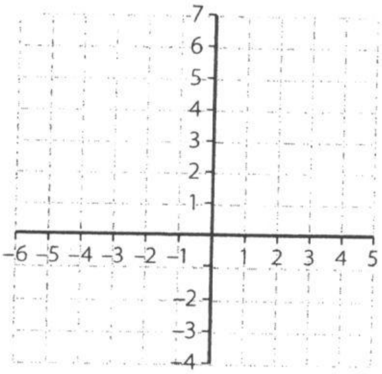
8. *a*) Fes una taula de valors de les següents rectes i representa-les gràficament.

$y = 3x + 1$			

$y = 3x + 5$			

$y = 6x - 2$			

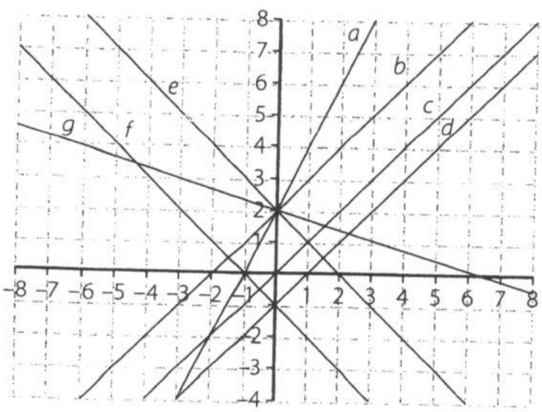
$y = x - 4$			



- Quines rectes són paral·leles? .... i ....
  ....
- Aquestes rectes tenen el mateix pendent? ....
- Quina recta té el valor del pendent més gran? ....
  ....
- Aquesta és la recta més inclinada? ....

Dues rectes són **paral·leles** si tenen el mateix pendent.
Com més gran és el valor absolut de *m*, més inclinada és la recta.

b) Identifica cada equació amb una de les rectes de la gràfica.



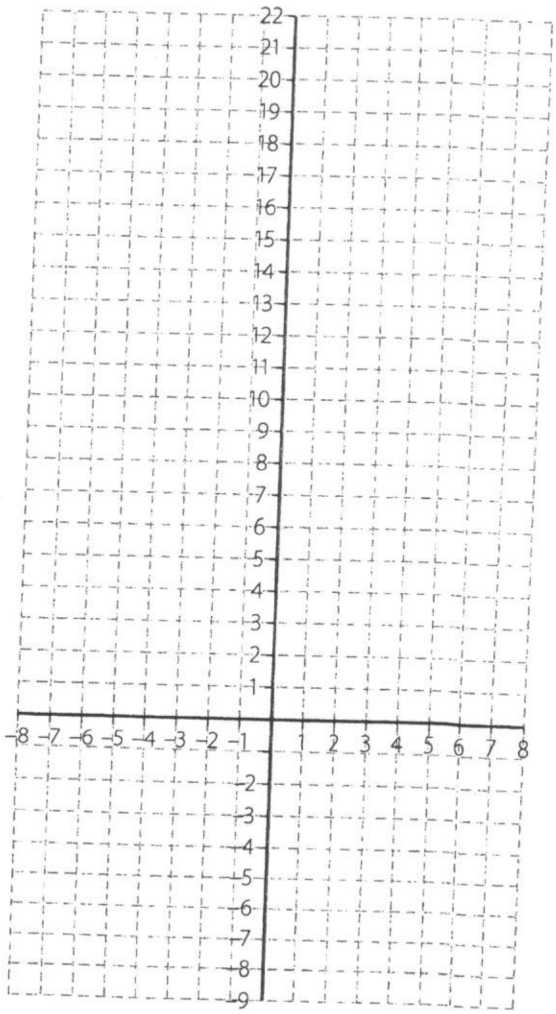
Equació	**Recta**
$y = x + 2$	
$y = -x - 1$	
$y = x$	
$y = -x + 2$	
$y = x - 1$	
$y = -\frac{1}{3}x + 2$	
$y = 2x + 2$	

c) Calcula l'equació paral·lela a la recta $y = -4x + 5$ que passa pel punt $P(2, -4)$.

Funcions del tipus $f(x) = ax^2 + c$

3. *a*) Completa les taules de valors de les paràboles següents i representa-les gràficament en els mateixos eixos de coordenades.

$f(x) = 2x^2$	x	−3	−2	−1	0	1	2	3
	y							
$g(x) = 2x^2 + 4$	x	−3	−2	−1	0	1	2	3
	y							
$h(x) = 2x^2 - 1$	x	−3	−2	−1	0	1	2	3
	y							



- La taula de valors de la funció $g(x) = 2x^2 + 4$ s'obté sumant .... a cadascuna de les ordenades de la funció $f(x) = 2x^2$.
- La taula de valors de la funció $g(x) = 2x^2 - 3$ s'obté .... a cadascuna de les ordenades de la funció $f(x) = 2x^2$.
- L'obertura de les branques de la funció $f(x) = 2x^2$ és .... a la de la funció $g(x) = 2x^2 + 4$ i a la de la funció $h(x) = 2x^2 - 1$.

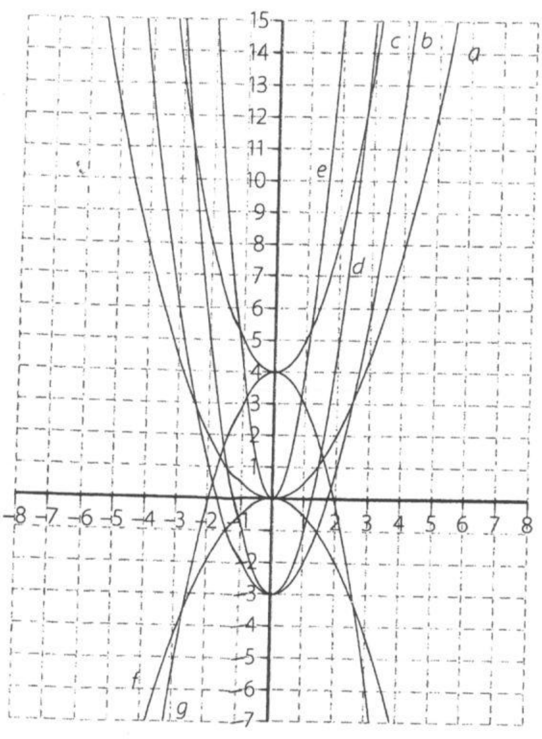
Característiques de les funcions $f(x) = ax^2 + c$

- La seva gràfica és una paràbola.
- El vèrtex de la paràbola es troba en el punt $V(0, c)$.
- L'eix de les ordenades és l'eix de simetria de la paràbola.
- La paràbola presenta un mínim en el vèrtex si $a > 0$ i un màxim si $a < 0$.
- El grau d'obertura o de tancament de les branques ve determinat pel valor numèric del coeficient a, prescindint del signe: com més petit, més obertes; com més gran, més tancades.

b) Completa la taula següent:

Funció	Vèrtex	Màxim o mínim	Eix de simetria	Punts de tall amb els eixos d'abscisses
$y = -3x^2 + 6$				
	$V(0, -16)$			$(-2, 0), (2, 0)$
$y = \frac{1}{5}x^2 - 6$				

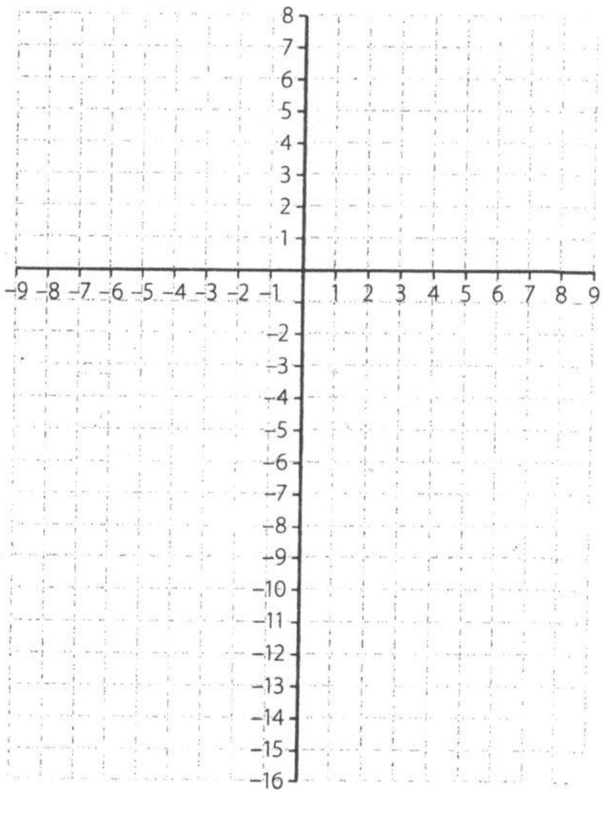
c) Identifica cada gràfica amb una de les funcions següents:



Funció	Gràfica
$f(x) = x^2 - 3$	....
$f(x) = 4x^2$	....
$f(x) = x^2 + 4$	....
$f(x) = 0{,}5x^2$	....
$f(x) = 2x^2 - 3$	....
$f(x) = -x^2 + 4$	....
$f(x) = 0{,}5x^2$	....

b) Representa gràficament la paràbola següent:

Funció	Punts de tall amb l'eix d'abscisses	Vèrtex	Dos punts simètrics
$f(x) = -3x^2 + 9x$			

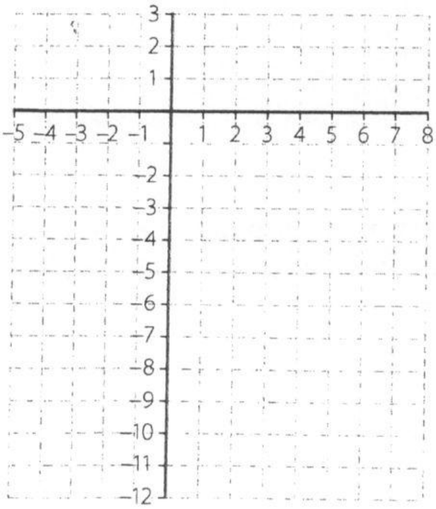


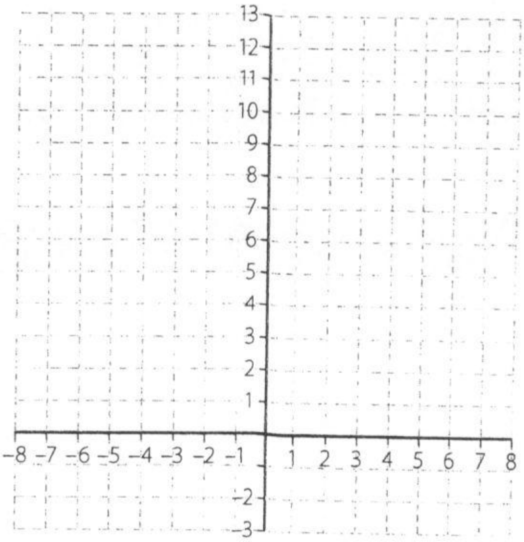
c) Les coordenades del vèrtex de la funció $f(x) = ax^2 + bx$ són $V\left(\frac{7}{9}, \frac{-49}{4}\right)$. Determina els valors de *a* i *b*.

b) Representa gràficament les funcions següents:

$f(x) = -x^2 + 6x - 9$		Punts de tall amb l'eix *OX*	Punts de tall amb l'eix *OY*	Vèrtex
x	y			

$f(x) = 2x^2 + 4x + 3$		Punts de tall amb l'eix *OX*	Punts de tall amb l'eix *OY*	Vèrtex
x	y			





Políedres regulars

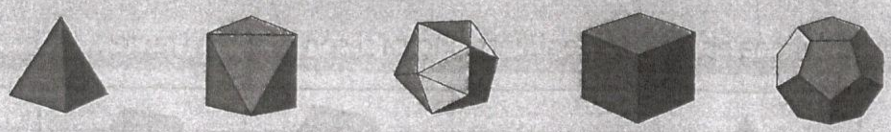
5. *a*) Dibuixa un triangle equilàter, un quadrat i un pentàgon. Quant mesura l'angle entre els costats?

Polígon regular	Mesura l'angle polièdric
Triangle equilàter	Adjuntem 3 triangles: $60 \cdot 3 = 180°$. Forma un angle polièdric. 4 triangles: $60 \cdot 4 =$ .... 5 triangles: $60 \cdot 5 =$ .... 6 triangles: $60 \cdot 6 =$ ....
Quadrat	3 quadrats: $90 \cdot 3 =$ .... 4 quadrats: $90 \cdot 4 =$ ....
Pentàgon	3 pentàgons: $108 \cdot 3 =$ .... 4 pentàgons: $108 \cdot 4 =$ ....

Un **políedre** és un cos geomètric limitat per cares que són polígons.

Un **políedre** és **regular** si totes les seves cares són polígons regulars iguals i en cada vèrtex hi concorre el mateix nombre de cares.

Només existeixen cinc políedres regulars.



Tetràedre (4 cares) — Octàedre (8 cares) — Icosàedre (20 cares) — Hexàedre (cub) (6 cares) — Dodecàedre (12 cares)

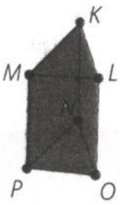
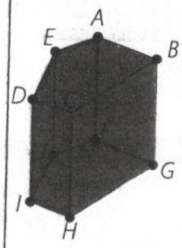
Relació d'Euler: nombre de cares + nombre de vèrtexs = nombre d'arestes + 2

b) Completa la taula següent.

Políedre	Nre. cares	Nre. vèrtexs	Nre. arestes	C + v – a
Tetràedre				
Octàedre				
Icosàedre				
Cub				
Dodecàedre				

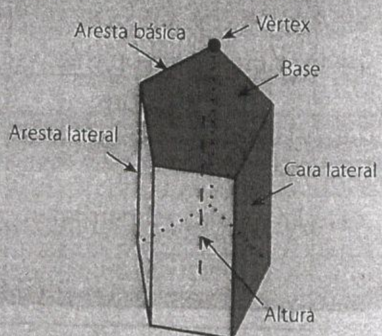
Prismes i piràmides

6. *a*) Observa els políedres següents i completa.

 Indica dues cares paral·leles: .... Aquestes dues cares són iguals? .... Les altres cares no paral·leles, quin polígon són?	 Indica dues cares paral·leles: .... Aquestes dues cares són iguals? .... Les altres cares no paral·leles, quin polígon són? ....

Prismes: són políedres que tenen dues cares paral·leles iguals i en què la **resta de cares** són **paral·lelograms**. Els elements que es distingeixen en un prisma són:

- **Bases**: dos polígons iguals i paral·lels.
- **Cares laterals**: paral·lelograms.
- **Arestes bàsiques**: costats dels polígons de la base.
- **Arestes laterals**: costats de les cares laterals.
- **Vèrtexs**: punts d'intersecció de les arestes.
- **Altura**: distància entre les bases.

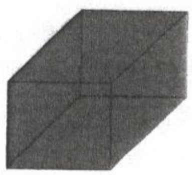
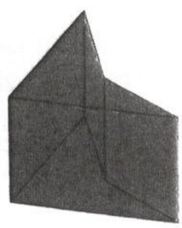


En els **prismes rectes**, les cares laterals són rectangles perpendiculars a la base.

En els **prismes regulars**, els polígons de la base són regulars.

Per anomenar un prisma fem referència als polígons de la base (parlem, per exemple, d'un prisma quadrangular).

b) Anomena els prismes següents i indica si són regulars i rectes.

				
....	....	....	....	....
....	....	....	....	....

c) Un ascensor té forma d'ortòedre de dimensions 1,5 m · 80 cm · 2 m. Hi podràs ficar un pal que mesura 2,5 m de longitud?

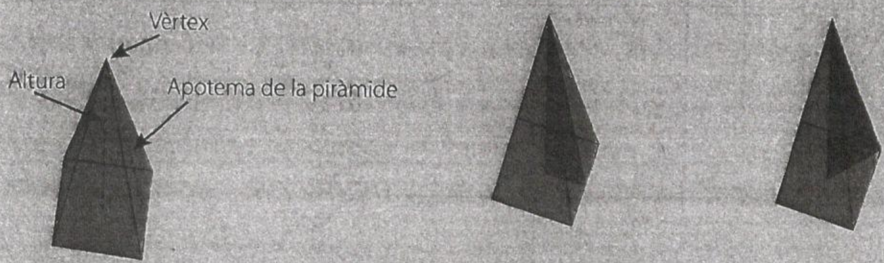
7. *a*) Observa la piràmide de la fotografia. Completa les frases.

- Les bases de la piràmide són ....
- Les cares laterals són ....
- Aquests triangles són ....
- Totes les cares laterals es tallen en un ....

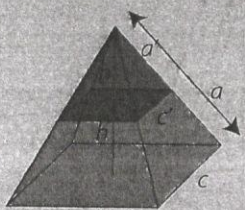
Una **piràmide** és un cos geomètric format per una base que pot ser qualsevol polígon i en què les cares laterals són triangles isòsceles que es tallen en un mateix punt anomenat **vèrtex**. L'altura d'una piràmide és la distància entre el vèrtex i la base.

Per anomenar una piràmide fem referència al polígon de la base.

Una piràmide és **regular** si el polígon de la base és regular i l'altura és el segment determinat pel vèrtex de la piràmide i el centre del polígon de la base. En una piràmide regular les cares laterals són totes iguals. En una piràmide podem considerar dos triangles rectangles.



Si dividim una piràmide per un pla perpendicular a l'altura, obtenim una altra piràmide més petita i un **tronc de piràmide**. Les dues bases del tronc són semblants.



$$\frac{h}{h'} = \frac{a}{a'} = \frac{c}{c'}$$

b)

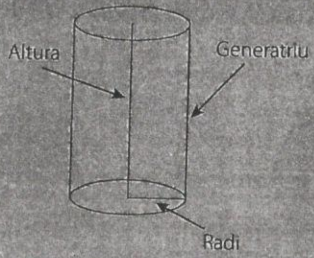
Calcula l'altura d'una piràmide regular hexagonal d'aresta lateral 12 cm i aresta bàsica 8 cm.	Calcula l'apotema d'una piràmide regular triangular d'altura 7 cm i apotema de la base 3 cm.

Cossos de revolució

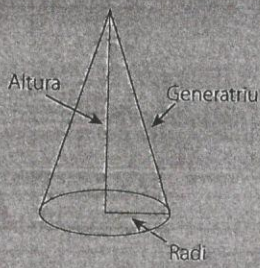
8. *a)* Imagina't quin cos obtindrem si fem girar 360º cadascuna de les figures planes següents al voltant de l'eix de color blau. Dibuixa aquests cossos.

Un **cos de revolució** és un cos geomètric obtingut a partir d'una figura que gira al voltant d'un eix.

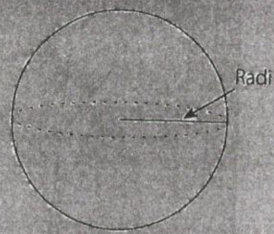
Cilindre: un rectangle gira al voltant d'un dels seus costats.



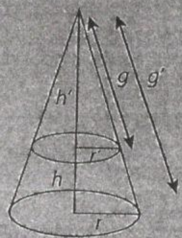
Con: un triangle rectangle gira al voltant d'un dels seus catets.



Esfera: una semicircumferència gira al voltant del seu diàmetre.

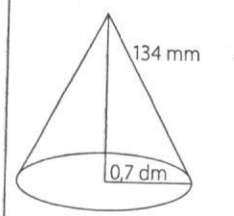
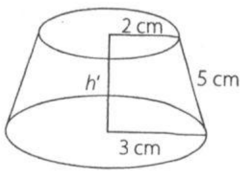


Si dividim una piràmide per un pla perpendicular a l'altura, obtenim una altra piràmide més petita i un **tronc de piràmide**. Les dues bases del tronc són semblants.



$$\frac{h}{h'}=\frac{a}{a'}=\frac{c}{c'}$$

b)

Calcula l'altura del con.	Calcula l'altura del tronc.
	

Àrees dels cossos geomètrics

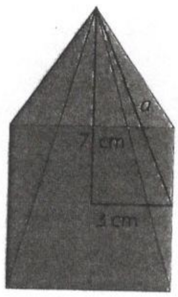
9. *a)* En Pere té una capsa sense tapa d'aquestes dimensions.

Vol utilitzar-la per guardar-hi objectes personals, i per això vol folrar-la amb paper vermell. Quants m^2 de paper necessitarà? Segueix els passos següents per resoldre el problema.

- Àrea de la base =
- Àrea de dues cares laterals paral·leles =
- Àrea de les altres dues cares laterals paral·leles =
- Àrea total =
- Necessitarà .... de paper vermell.

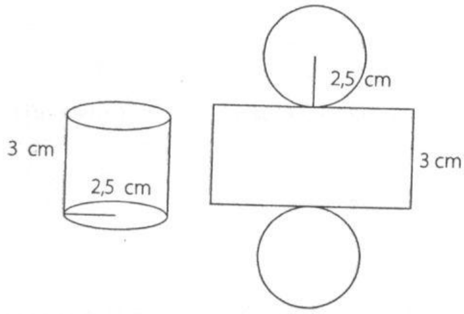
L'àrea d'un políedre és la suma de les àrees de totes les seves cares.
Àrea d'un prisma regular: àrea lateral + 2 · àrea base
Àrea d'una piràmide regular: àrea lateral + àrea base

b) Calcula l'àrea del políedre següent:



c) Vols pintar l'armari de la teva habitació, que té forma d'ortòedre. Només pintaràs les parts visibles de l'armari: la part frontal, els dos laterals i la part superior. Les dimensions de l'armari són 60 cm de fons, 2 m d'alçada i 1,3 m de llargada. Un pot de pintura costa 35 € i n'hi ha prou per pintar una superfície d'1,5 m^2. Quant et costarà la pintura per pintar l'armari?

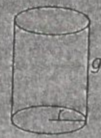
10. *a)* Si fem la representació plana d'un cilindre, obtenim la figura següent. Calcula l'àrea total d'aquest cilindre.



- Àrea cercle base = ...
- Àrea bases = ...
- La cara lateral és un rectangle de llargada la longitud de la circumferència.
- Àrea lateral = ...
- Àrea total = ...

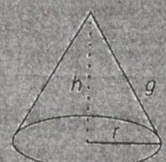
Les àrees del cilindre, del con i de l'esfera es poden expressar de la manera següent:

Àrea del cilindre



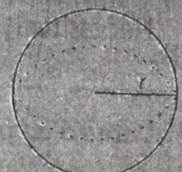
$A=2\cdot\pi\cdot r\cdot g+2\cdot\pi\cdot r^2$

Àrea del con



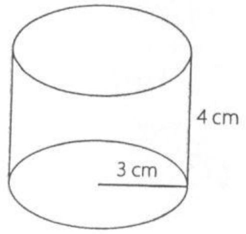
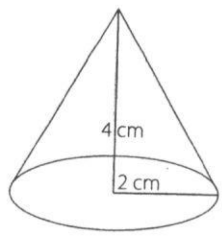
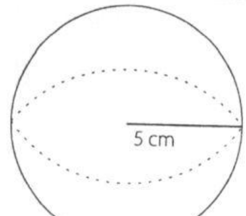
$A=\pi\cdot r\cdot g+\pi\cdot r^2$

Àrea de l'esfera



$A=4\cdot\pi\cdot r^2$

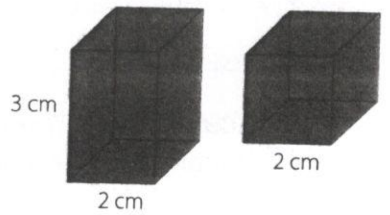
b) Calcula les àrees dels políedres següents:

c) Per fer una llauna de refresc de forma cilíndrica s'han necessitat 207,35 cm² de llauna. Quin és el radi de la base de la llauna si té una altura de 8 cm?

Volum de cossos geomètrics

11. *a)* Compara aquests cossos geomètrics i digues quin tindrà més capacitat.



- Les bases són ....
- El primer prisma té l'altura més ....
- El .... prisma tindrà més capacitat.

Volum prisma = àrea base · altura

Volum cilindre = àrea base · altura

Volum piràmide = $\frac{\text{àrea base} \cdot \text{altura}}{3}$

Volum con = $\frac{\text{àrea base} \cdot \text{altura}}{3}$

Volum esfera = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

Un decímetre cúbic de volum equival a un litre de capacitat: **1 L = 1 dm³**

b) Calcula el volum dels cossos següents:

c) Un bric de llet té forma d'ortòedre i la seva capacitat és d'1 L. Quina serà la seva altura si fa 9 cm d'amplada i 57 mm de llargada?

Activitats

1. Un prisma té 9 arestes. Com s'anomena?

a) Quadrangular *b)* Triangular

c) Pentagonal *d)* Hexagonal

2. El volum d'un cub és de 0,125 L. Quina és la seva àrea?

a) 150 dm^2 *b)* 25 cm^2

c) 150 cm^2 *d)* 25 dm^2

3. Quin és el volum d'un ortòedre de dimensions 35 cm, 5 dm i 231 mm?

a) 40,425 dm^3 *b)* 404,25 cm^3

c) 40,425 L *d)* 4,0425 m^3

4. Quin és el radi d'una esfera que té com a superfície 64 π cm^2?

a) 2 cm *b)* 16 cm

c) 3 cm *d)* 4 cm

5. Quina és la generatriu d'un con de radi 2 cm, si la seva àrea és de 44 cm^2?

a) 3 cm *b)* 4 cm

c) 5 cm *d)* 6 cm

6. Quina és l'àrea d'un octàedre d'aresta 7 cm?

a) 169,68 cm^2 *b)* 21,21 cm^2

c) 219,13 cm^2 *d)* 27,4 cm^2

7. Encercla les afirmacions certes i ratlla les falses:

I. Dues rectes perpendiculars determinen un pla.

II. Es pot formar un angle trièdric amb tres quadrats.

III. A l'espai, dues rectes són paral·leles o es tallen en un punt.

IV. En un prisma, la distància entre les dues bases és l'altura.

V. En un con, l'altura coincideix amb la generatriu.

8. El volum d'un dipòsit cilíndric és de 294,5 L. Mesura 1,5 m d'altura. Quin és el diàmetre de la base? Quina és l'àrea d'aquest dipòsit si no té tapa?

Escriu aquí el resultat final.

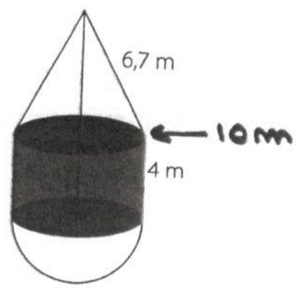
....

....

....

....

9. Calcula l'àrea i el volum del cos geomètric de la figura.



Escriu aquí el resultat final.

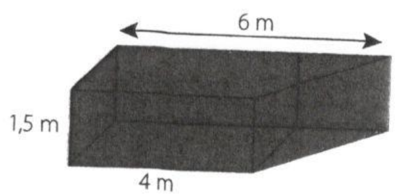
....

....

....

....

10. Al jardí de casa d'en Marc hi ha una piscina amb la forma i les dimensions de la figura. Quants litres d'aigua caben a la piscina?



Escriu aquí el resultat final.

....

....

....

....