Ecuaciones Simultáneas de Primer Grado con dos Incógnitas

1. Ecuaciones Simultáneas:

Dos o mas ecuaciones son **simultáneas** cuando se satisfacen para **iguales valores** de las incógnitas.

Ejemplo: $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ ambas ecuaciones son simultáneas porque $x=3$, $y=2$ satisfacen **ambas** ecuaciones

2. Ecuaciones Equivalentes:

Son las que se obtienen una de la otra.

Ejemplo: $\begin{cases} x + y=4 \\ 2x+2y=8 \end{cases}$ son equivalentes porque dividiendo por 2 la segunda ecuación se obtiene la primera.

Las ecuaciones equivalentes tienen **infinitas** soluciones comunes.

3. Ecuaciones Independientes:

Son las que no se obtienen una de la otra.

Cuando las ecuaciones independientes tienen una sola solución común, son **simultáneas**.

Ejemplo: $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ son **independientes** porque no se obtienen una de la otra y **simultáneas** porque **el único par** de valores que satisface ambas ecuaciones es $x=3$, $y=2$.

4. Ecuaciones Incompatibles:

Son ecuaciones independientes que no tienen solución común.

Ejemplo: $\begin{cases} x+2y=18 \\ 2x+4y=5 \end{cases}$ son incompatibles porque no hay ningún par de valores "x" e "y" que verifique **ambas** ecuaciones

5. Sistemas de Ecuaciones:

Es la reunión de dos o más ecuaciones con dos o más incógnitas.

Ejemplo: $\begin{cases} 2x+y=7 \\ 4x-y=5 \end{cases}$ es un sistema de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

✓ La **solución** de un sistema de ecuaciones es el **conjunto de valores** de las incógnitas que satisface todas las ecuaciones del sistema

✓ Un sistema de ecuaciones es **compatible** cuando tiene solución e **incompatible** cuando no tiene solución.

✓ Un sistema compatible es **determinado** cuando tiene **una sola solución** e **indeterminado** cuando tiene **infinitas** soluciones.

SISTEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Resolución: Para resolver un sistema de esta clase es necesario obtener de las dos ecuaciones dadas una sola ecuación con **una** incógnita. Esta operación se llama **eliminación**.

Métodos de eliminación más usuales:

Se emplearán los siguientes métodos:

- Reducción, también conocido **como suma o resta**
- Igualación y
- Sustitución

Método de Reducción: Consiste en eliminar una de las incógnitas mediante la suma de las dos ecuaciones, obteniendo así una que dará el valor de la incógnita buscada

Ejemplo: Resolver el sistema: $\begin{cases} 7x+6y=1 \\ 4x-3y=-23 \end{cases}$

En este método se hacen **iguales** los coeficientes una de las incógnitas y **con signos opuestos**. Vamos a igualar los coeficientes de "**y**" en ambas ecuaciones, porque es el más sencillo.

El M. C. M de los coeficientes de "**Y**": 6 y 3, es 6. Multiplicamos la **segunda** ecuación por **2**, porque $2\cdot3=6$, y se tiene: $\begin{cases} 7x+6y=1 \\ 2\,\,4x-3y=-23 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x+6y=1 \\ \boxed{8x-6y=-46} \end{cases}$

Como los coeficientes de "**Y**" que hemos igualado tienen **signos distintos**, se **suman** estas ecuaciones, porque con ello se elimina la "**Y**" :

$$\begin{cases} 7x+\cancel{6y}=1 \\ 8x-\cancel{6y}=-46 \end{cases}$$

$$15x \quad =-45 \ \rightarrow x=-\frac{45}{15} \ \rightarrow \boxed{x=-3}$$

Sustituyendo $x=-3$ en **cualquiera** de las ecuaciones dadas, por ejemplo, en (1), se obtiene:

$$\begin{aligned} 7x+6y &= 1 \\ 7(-3)+6y &= 1 \\ -21+6y &= 1 \\ 6y &= 1+21 \\ y &= \frac{22}{6} \rightarrow \boxed{y=\frac{11}{3}} \end{aligned}$$

$$R.\begin{cases} x=-3 \\ y=\dfrac{11}{3} \end{cases}$$

Método de Igualación: Consiste en despejar la misma incógnita en ambas ecuaciones e igualar los valores obtenidos.

Resolver el siguiente sistema: $\begin{cases} 14x+8y=26 \\ 5x-2y=19 \end{cases}$

Despejamos una incógnita cualquiera, por ejemplo "**X**" en ambas ecuaciones:

Despejando "**X**" en (1): $14x=26-8y \therefore x=\dfrac{26-8y}{14}$

Despejando "**X**" en (2): $5x=19+2y \therefore x=\dfrac{19+2y}{5}$

Ahora se **igualan** entre si los dos valores de "**X**" que se han obtenido:

$$\frac{26-8y}{14}=\frac{19+2y}{5}$$

y ya se tiene **una** sola ecuación con **una** incógnita: se ha **eliminado** la "**X**". Resolviendo la ecuación:

$$\begin{aligned} 5(26-8y) &= 14(19+2y) \\ 130-40y &= 266+28y \\ -28y-40y &= 266-130 \\ -68y &= 136 \\ y &= -\frac{136}{68} \\ y &= -2 \end{aligned}$$

Sustituyendo este valor de "**Y**" en **cualquiera de las ecuaciones** dadas, por ejemplo en (2) -generalmente se sustituye en la mas sencilla-, se tiene:

$$\begin{aligned} 5x-2(-2) &= 19 \\ 5x+4 &= 19 \\ 5x &= 19-4 \\ x &= \frac{15}{5} \\ x &= 3 \end{aligned}$$

R. $\begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}$

Método de Sustitución: Consiste en despejar una incógnita de una de las ecuaciones del sistema y sustituir ese valor en la otra ecuación.

Resolver el sistema: $\begin{cases} 2x+5y=-24 \\ 8x-3y=19 \end{cases}$

Despejamos una incógnita de cualquier ecuación, por ejemplo "**X**" en una de las ecuaciones. Vamos a despejarla en la ecuación (1). Tenemos:

$$2x=-24-5y \therefore x=\frac{-24-5y}{2}$$

Este valor de "**X**" se sustituye en la ecuación (2):

$$8\left(\frac{-24-5y}{2}\right)-3y=19$$

y ya tenemos **una** ecuación con **una** incógnita; hemos **eliminado** la "**X**".

Resolvamos esta ecuación. Simplificando 8 y 2 queda:

$$\begin{aligned} 4(-24-5y)-3y &= 19 \\ -96-20y-3y &= 19 \\ -23y &= 19+96 \\ -23y &= 115 \\ y &= -\frac{115}{23} \\ y &= -5 \end{aligned}$$

Sustituyendo $y=-5$ en **cualquiera de las ecuaciones** dadas, por ejemplo en (1) se tiene:

$$\begin{aligned} 2x+5(-5) &= -24 \\ 2x-25 &= -24 \\ 2x &= 25-24 \\ 2x &= 1 \\ x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

R. $\begin{cases} x=\dfrac{1}{2} \\ y=-5 \end{cases}$